



Teste Intermédio

Matemática A

Entrelinha 1,5 (Versão única igual à Versão 1)

Duração do Teste: 90 minutos | 28.02.2013

12.º Ano de Escolaridade

Na sua folha de respostas, indique de forma legível a versão do teste.

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
 - Escreva na sua folha de respostas apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionar para responder a esse item.
 - Não apresente cálculos, nem justificações.
 - Se apresentar mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
-

1. Os três irmãos Andrade e os quatro irmãos Martins vão escolher, de entre eles, dois elementos de cada família para um jogo de matraquilhos, de uma família contra a outra.

De quantas maneiras pode ser feita a escolha dos jogadores de modo que o Carlos, o mais velho dos irmãos da família Andrade, seja um dos escolhidos?

- (A) 8
- (B) 12
- (C) 16
- (D) 20

2. Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de valor médio μ e desvio padrão σ ($X \sim N(\mu, \sigma)$)

Sabe-se que:

- $\mu = 5$
- $P(4,7 < X < 5) < 0,3$

Qual dos números seguintes pode ser o valor de σ ?

- (A) 0,1
 - (B) 0,2
 - (C) 0,3
 - (D) 0,4
-

3. Para certos valores de a e de b ($a > 1$ e $b > 1$), tem-se $\log_a b = 2$

Qual é, para esses valores de a e de b , o valor de $\log_b a + \log_a \sqrt{b}$?

(A) $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$

(B) $-2 + \sqrt{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

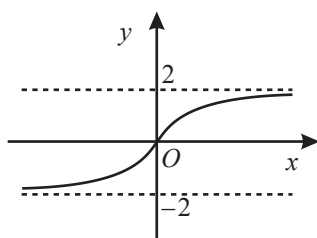
(D) $\frac{3}{2}$

4. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{1}{n}$

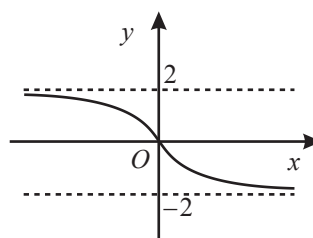
De uma certa função f , sabe-se que $\lim f(u_n) = +\infty$

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função f ?

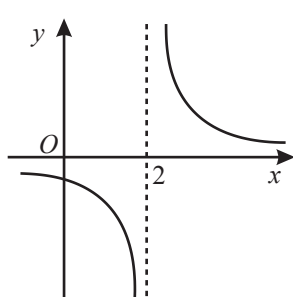
(A)



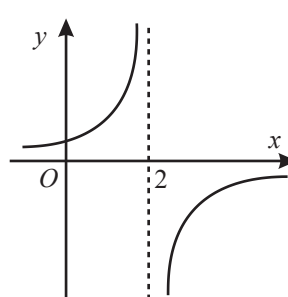
(B)



(C)



(D)

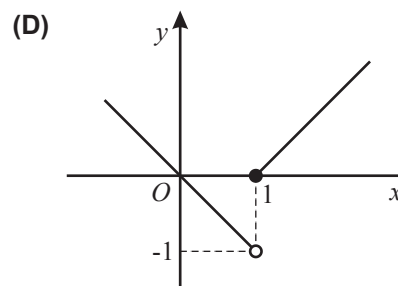
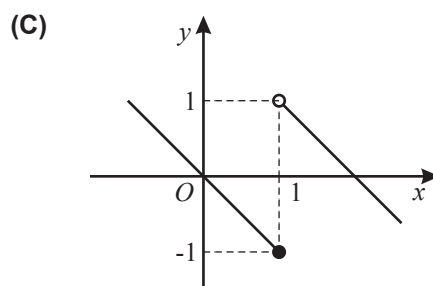
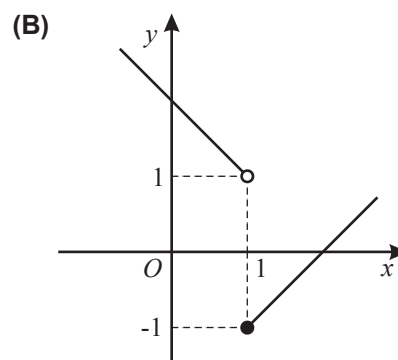
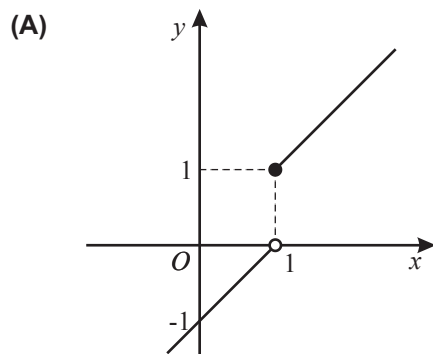


5. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-1}-1}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Seja g uma outra função, de domínio \mathbb{R}

Sabe-se que a função $f \times g$ é contínua no ponto 1

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função g ?



GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Relativamente a uma turma de 12.º ano, sabe-se que:

- o número de rapazes é igual ao número de raparigas;
- $\frac{3}{4}$ dos alunos pretendem frequentar um curso da área de saúde e os restantes alunos pretendem frequentar um curso da área de engenharia;
- dos alunos que pretendem frequentar um curso da área de engenharia, dois em cada sete são raparigas.

1.1. Escolhe-se, ao acaso, uma rapariga da turma.

Qual é a probabilidade de essa rapariga pretender frequentar um curso da área de saúde?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

1.2. Escolhem-se, ao acaso, dois alunos da turma para estarem presentes nas comemorações do aniversário da escola.

Sabe-se que a probabilidade de esses dois alunos serem rapazes é $\frac{13}{54}$

Seja n o número de rapazes da turma.

Determine o valor de n

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação, sem utilizar a calculadora.

2. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,3$
- $P(\overline{B}) = 0,6$
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,4$

Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se } x \leq 4 \\ \frac{\ln(3x-11)}{x-4} & \text{se } x > 4 \end{cases}$

Resolva os itens 3.1. e 3.2., recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

3.1. Averigue se existe $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

3.2. O gráfico da restrição da função f ao intervalo $]-\infty, 4]$ tem uma assíntota horizontal.

Determine uma equação dessa assíntota.

3.3. Considere, num referencial o.n. xOy , o triângulo $[OPQ]$ tal que:

- o ponto P é o ponto de intersecção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas;
- o ponto Q é o ponto do gráfico da função f que tem abcissa positiva e ordenada igual à ordenada do ponto P

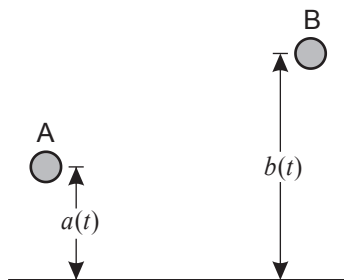
Determine um valor aproximado da área do triângulo $[OPQ]$, recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função f para $x \in [0, 10]$
- desenhar o triângulo $[OPQ]$
- indicar a abcissa do ponto Q arredondada às milésimas;
- apresentar a área do triângulo $[OPQ]$ arredondada às centésimas.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

4. Considere que dois balões esféricos, que designamos por balão A e por balão B, se deslocam na atmosfera, por cima de um solo plano e horizontal.



Num determinado instante, é iniciada a contagem do tempo. Admita que, durante o primeiro minuto imediatamente a seguir a esse instante, as distâncias, medidas em metros, do centro do balão A ao solo e do centro do balão B ao solo são dadas, respetivamente, por

$$a(t) = e^{-0,03t} - 0,02t + 3 \quad \text{e} \quad b(t) = 6e^{-0,06t} - 0,02t + 2$$

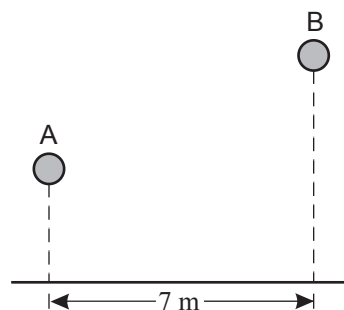
A variável t designa o tempo, medido em segundos, que decorre desde o instante em que foi iniciada a contagem do tempo ($t \in [0,60]$).

Resolva os dois itens seguintes sem utilizar a calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos.

Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

- 4.1. Determine a distância entre o centro do balão A e o centro do balão B, cinco segundos após o início da contagem do tempo, sabendo que, nesse instante, a distância entre as projeções ortogonais dos centros dos balões no solo era 7 metros.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.



- 4.2. Sabe-se que, alguns segundos após o início da contagem do tempo, os centros dos dois balões estavam à mesma distância do solo.

Determine quanto tempo decorreu entre o instante inicial e o instante em que os centros dos dois balões estavam à mesma distância do solo.

Apresente o resultado em segundos, arredondado às unidades.

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	10 pontos
2.	10 pontos
3.	10 pontos
4.	10 pontos
5.	10 pontos
		<hr/>
		50 pontos

GRUPO II

1.		
1.1.	20 pontos
1.2.	20 pontos
2.	20 pontos
3.		
3.1.	15 pontos
3.2.	15 pontos
3.3.	20 pontos
4.		
4.1.	20 pontos
4.2.	20 pontos
		<hr/>
		150 pontos

TOTAL **200 pontos**