PROGRAMA
e
Metas Curriculares
Matemática A

LTC 10 – atividades práticas

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Metas Curriculares

Nos diapositivos que se seguem podem encontrar-se alguns exemplos de atividades relativas ao domínio da Lógica e Teoria de Conjuntos do 10.º ano.

Trata-se de um domínio que, segundo o programa anterior, não tinha conteúdos bem definidos, propondo-se que fosse tratado transversalmente. Consequentemente, a abordagem de muitas propriedades deste domínio acabavam por ser relegadas para segundo plano, em detrimento de domínios com conteúdos mais específicos e, se necessárias, eram “dadas à solta”.

Metas Curriculares

1. Considere a seguinte proposição:

   p: Madrid é a capital de Espanha.

   1.1. Escreva a negação da proposição *p* (~*p*).
   1.2. Escreva a negação da proposição da alínea anterior.
   1.3. Justifique que ~(~*p*) é equivalente a *p*.

2. O João afirma que tem um irmão e uma irmã.

   Na afirmação do João podemos identificar duas proposições:

   a: O João tem um irmão.

   b: O João tem uma irmã.

Para que valores lógicos de *a* e de *b* se considera que a afirmação do João é verdadeira?

3. Sabendo que a proposição p é verdadeira e que a proposição q é falsa, determine o valor lógico das seguintes proposições:

3.1. $\sim p \vee q$
3.2. $\sim p \Rightarrow \sim q$
3.3. $p \Rightarrow (q \vee p)$

4. Simplifique as proposições:
4.1. $\sim p \wedge (p \vee q)$
4.2. $\sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \wedge \sim p$

5. Sabendo que a proposição $(a \wedge b) \Rightarrow (b \Rightarrow c)$ é falsa, identifique o valor lógico de c.

Metas Curriculares

6. Sabendo que a proposição $p \wedge {\sim}q$ é verdadeira, diga qual o valor lógico de q.

7. Escreva a negação de cada uma das seguintes proposições sem utilizar o símbolo $\sim$:

7.1. $8 > 5$
7.2. $1 + 2 = 12$
7.3. $10 \in \mathbb{N}$
7.4. $2 < 5 < 6$

8. Prove que as proposições seguintes são verdadeiras, independentemente dos valores lógicos das proposições elementares.

8.1. $(p \Rightarrow q) \vee (p \vee {\sim}q)$
8.2. $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$

Exemplo de resolução

8. Prove que as proposições seguintes são verdadeiras, independentemente dos valores lógicos das proposições elementares.

8.1. $(p \Rightarrow q) \vee (p \vee \sim q)$
8.2. $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$

A demonstração pode ser feita por exaustão, construindo-se tabelas de verdade, ou pode ser organizada recorrendo-se a argumentos baseados nas propriedades das operações lógicas envolvidas.

8.1.

p	q	~q	p⇒q	p∨~q	(p⇒q)∨(p∨~q)
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V

8.2.

Para que $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$ fosse falsa, o antecedente teria que ser verdadeiro e o consequente falso. Mas se a tiver o valor lógico de verdade, então o valor lógico de $b \Rightarrow a$ não pode ser falso. Logo, não é possível que $a \Rightarrow (b \Rightarrow a)$ seja uma proposição falsa.

9. Considere, em $\mathbb{N}$, a seguinte condição: $3n + 1$ é $múltiplo\ de\ 5$

9.1. Substitua n por um número natural de modo a obter uma proposição verdadeira.

9.2. Classifique a condição dada.

9.3. Identifique o valor lógico da seguinte proposição:
$\forall x \in \mathbb{N},\ 3n + 1$ é $múltiplo\ de\ 5$

9.4. Qual das seguintes proposições é a negação da proposição da alínea anterior?

i) $\forall x \in \mathbb{N},\ 3n + 1\ não$ é $múltiplo\ de\ 5$

ii) $\exists x \in \mathbb{N}:\ 3n + 1\ não$ é $múltiplo\ de\ 5$

iii) $\exists x \in \mathbb{N}:\ 3n + 1$ é $múltiplo\ de\ 5$

10. No universo dos números naturais inferiores a 10, considere as seguintes expressões proposicionais.

$a(n)$: n é $primo$
$b(n)$: n é $múltiplo\ de\ 3$
$c(n)$: n é $divisor\ de\ 10$

Defina, em extensão, os conjuntos-solução de cada uma das seguintes expressões proposicionais.

10.1. $c(n)$

10.2. $a(n) \wedge b(n) \wedge c(n)$

10.3. $a(n) \vee b(n)$

10.4. $\sim a(n)$

10.5. $\sim b(n)$

10.6. $\sim a(n) \wedge \sim b(n)$

11. Classifique, em $\mathbb{R}$, as seguintes condições:

11.1. $x^2 = -1$.

11.2. $x^2 > 5$.

11.3. $x^2 > -2$

11.4. $x^2 = -1 \wedge x^2 > 5$

11.5. $x^2 = -1 \vee x^2 > 5$

11.6. $x^2 > -2 \vee x^2 > 5$

11.7. $x^2 > -2 \vee x^2 = -1$

11.8. $x^2 > -2 \wedge x^2 = -1$

12. No universo dos números naturais, quais das seguintes condições têm conjunto-solução finito?

12.1. n é par

12.2. n é divisor de 1000

12.3. $2n + 6$ é ímpar e $n > 15$

12.4. $n^3 = 100$ ou $n^3 = -100$

12.5. n é ímpar e $3n + 8$ é ímpar

12.6. $n^2 + 7n + 1 > 100$

13. Demonstre, por contrarrecíproco, que se um número natural n não é divisível por 2, então também não é divisível por 10.