

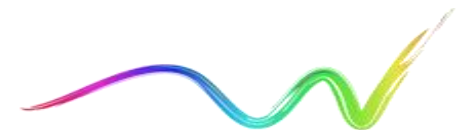
PROGRAMA
e
Metas Curriculares
Matemática A

PCI12 – atividades práticas



GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA



Metas Curriculares

O domínio *Primitivas e Cálculo Integral* é efetivamente uma novidade neste programa.

Considerou-se que era necessário aproximar o programa de Matemática A do Ensino Secundário das melhores práticas internacionais, tendo simultaneamente em conta o propósito de que Portugal participe no programa de avaliação internacional *TIMSS-Advanced* (*Trends in International Mathematics and Science Study*), o que acontecerá a partir de 2015.

1. Tendo presente a definição de primitiva e as propriedades da derivação, mostre que:

1.1. a soma de uma primitiva de f com uma primitiva de g é uma primitiva de $f + g$ $(\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx)$

1.2. o produto de uma primitiva de f por k é uma primitiva de kf
 $(\int kf(x)dx = k \int f(x)dx)$

2. Determine a expressão geral das seguintes primitivas.

2.1. $\int 5x^3 dx$

2.2. $\int (x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3) dx$

2.3. $\int \cos x dx$

2.4. $\int e^{2x} dx$

Para alunos que revelem um nível de desempenho mais avançado, propõem-se também alguns exercícios menos diretos, como, por exemplo:

3. Determine as primitivas seguintes:

$$3.1. \int \cos^2 x \, dx$$

$$3.2. \int \frac{\ln 3x}{x} \, dx$$

$$3.3. \int \sin x \cos x e^{\cos 2x} \, dx$$

Integrais definidos

Depois de se introduzir o integral definido de funções não negativas recorrendo à noção de área e de abordar o Teorema fundamental do cálculo integral e a fórmula de Barrow, propõem-se atividades para determinar a área de regiões do plano delimitadas por gráficos de funções contínuas, pelo eixo das abcissas e por retas verticais.

1. Determine a área da região do plano compreendida entre o eixo das abcissas, o gráfico de $y = x^2$ e as retas $x = 1$ e $x = 5$.
2. Determine a área da região do plano delimitada pela parábola $y = x^2$ e a reta $y = 3$.

Depois de se estender o integral definido a funções não positivas ou que mudam de sinal um número finito de vezes, podem apresentar-se atividades como:

3. Calcule o valor de:

$$3.1. \int_{-1}^2 (4x^3 - 3x) dx$$

$$3.2. \int_0^{\ln 5} e^{3x} dx$$

$$3.3. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 6\cos(t) dt$$

$$3.4. \int_{-4}^3 |x + 2| dx$$

4. Indique a derivada de $f(x) = \int_0^x e^{5t} dt$.
5. Mostre que a função definida em \mathbb{R} por $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ é ímpar.
6. Determine A e B tais que $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ e utilize a igualdade para calcular o valor de $\int_1^3 \frac{1}{x(x+1)} dx$.
7. Indique três pontos do plano, A , B e C , de modo que as abcissas e as ordenadas sejam todas diferentes. Recorrendo à noção de integral, determine a área do triângulo de vértices A , B e C .