PROGRAMA
e
Metas Curriculares
Matemática A

PCI12 – atividades práticas

GOVERNO DE PORTUGAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Metas Curriculares

O domínio *Primitivas e Cálculo Integral* é efetivamente uma novidade neste programa.

Considerou-se que era necessário aproximar o programa de Matemática A do Ensino Secundário das melhores práticas internacionais, tendo simultaneamente em conta o propósito de que Portugal participe no programa de avaliação internacional *TIMSS-Advanced (Trends in International Mathematics and Science Study)*, o que acontecerá a partir de 2015.

Metas Curriculares

1. Tendo presente a definição de primitiva e as propriedades da derivação, mostre que:

   1.1. a soma de uma primitiva de f com uma primitiva de g é uma primitiva de $f + g$ $\left(\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx\right)$

   1.2. o produto de uma primitiva de f por k é uma primitiva de kf $\left(\int kf(x)dx = k\int f(x)dx\right)$

2. Determine a expressão geral das seguintes primitivas.

   2.1. $\int 5x^3 dx$

   2.2. $\int (x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3)\, dx$

   2.3. $\int \cos x\, dx$

   2.4. $\int e^{2x} dx$

Para alunos que revelem um nível de desempenho mais avançado, propõem-se também alguns exercícios menos diretos, como, por exemplo:

3. Determine as primitivas seguintes:

   3.1. $\int \cos^2 x \, dx$

   3.2. $\int \frac{\ln 3x}{x} dx$

   3.3. $\int \sin x \cos x \, e^{\cos 2x} dx$

Integrais definidos

Depois de se introduzir o integral definido de funções não negativas recorrendo à noção de área e de abordar o Teorema fundamental do cálculo integral e a fórmula de Barrow, propõem-se atividades para determinar a área de regiões do plano delimitadas por gráficos de funções contínuas, pelo eixo das abcissas e por retas verticais.

1. Determine a área da região do plano compreendida entre o eixo das abcissas, o gráfico de $y = x^2$ e as retas $x = 1$ e $x = 5$.
2. Determine a área da região do plano delimitada pela parábola $y = x^2$ e a reta $y = 3$.

Depois de se estender o integral definido a funções não positivas ou que mudam de sinal um número finito de vezes, podem apresentar-se atividades como:

3. Calcule o valor de:

3.1. $\int_{-1}^{2}(4x^3 - 3x)\,dx$

3.2. $\int_{0}^{\ln 5} e^{3x}\,dx$

3.3. $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 6cos(t)\,dt$

3.4. $\int_{-4}^{3} |x + 2|\,dx$

4. Indique a derivada de $f(x) = \int_0^x e^{5t} dt$.

5. Mostre que a função definida em $\mathbb{R}$ por $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ é ímpar.

6. Determine A e B tais que $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ e utilize a igualdade para calcular o valor de $\int_1^3 \frac{1}{x(x+1)}\, dx$.

7. Indique três pontos do plano, A, B e C, de modo que as abcissas e as ordenadas sejam todas diferentes. Recorrendo à noção de integral, determine a área do triângulo de vértices A, B e C.