



Programa de Matemática A – Consulta Pública

A equipa de autores gostaria de começar por agradecer às centenas de professores de todos os níveis de ensino, autores de manuais, investigadores, bem como sociedades científicas, associações profissionais e agrupamentos de escolas que, através de cerca de quarenta pareceres, participaram na presente consulta pública.

Destes documentos – assim como de contactos e de reuniões posteriores com alguns dos respetivos autores – resultaram diversas propostas concretas que foram integradas no Programa.

1. A principal preocupação manifestada na grande maioria dos pareceres recebidos esteve relacionada com a extensão da proposta. Ainda que o documento colocado à consulta pública incorporasse uma sugestão concreta de distribuição dos diferentes conteúdos pelo número de aulas disponíveis em cada ano escolar, entendeu-se eliminar e simplificar alguns dos tópicos do Programa, assim como certos aspetos de linguagem, de forma cuidadosa e sem prejuízo da estrutura global da proposta. Obteve-se assim uma nova versão do Programa que permite dispor de mais tempo para cada um dos respetivos conteúdos. Estas alterações encontram-se elencadas no texto abaixo.

10.º ano

Lógica e Teoria dos Conjuntos

- Foi eliminado o estudo de algumas propriedades relativas a proposições e a conectores lógicos bem como alguma nomenclatura relacionada (descritores 1.1, 1.4, 1.12, 1.14, 1.15, 1.16 e 1.18).
- Foi eliminado o estudo de algumas propriedades relativas a condições e a conjuntos, bem como alguma nomenclatura relacionada (descritores 2.3, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.12, 2.16, 2.17, 2.20, 2.21, 2.23, 2.28).
- Transitaram para o 12.º ano os descritores 2.19, 2.26, 2.27 e 2.31, relativos a algumas operações sobre conjuntos.

Álgebra

- Foi simplificado o descritor 1.11, relativo à racionalização de denominadores.

Geometria Analítica

- Foi simplificada a definição de equação cartesiana (descritor 1.5) e eliminada a definição de inequação cartesiana (descritor 1.11).
- Foi simplificada a abordagem aos semiplanos (descritores 1.12 e 1.13).
- Foi retirado o estudo da parte interna das elipses (descritores 1.17 e 1.18).
- Foi retirado o estudo das relações de equivalência (descritores 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 11.1 e 11.2).

Funções Reais de Variável Real

- Foi retirada a interpretação de uma função como um terno ordenado (descriptor 1.1).

Estatística

- Foi eliminada a referência à execução de exercícios envolvendo o símbolo de somatório (eliminado o descriptor 1.6).
- Foi eliminado o estudo das simulações de Monte Carlo (descritores 5.1, 5.2, 5.3, 6.1 e 7.3)

11.º ano

Trigonometria

- Foi simplificado o 1.º objetivo geral (descritores 1.1, 1.5, 1.9, 1.12, 1.13, 1.14 e 1.17).
- Foi simplificada a abordagem aos ângulos orientados (descritores 2.3, 2.4, 2.5 e 5.1).
- Transitou para o 12.º ano o estudo dos osciladores harmônicos e o estudo sistemático dos gráficos das funções trigonométricas (descritores 8.4, 11.1 e 11.2).
- Transitaram para o 12.º ano as fórmulas trigonométricas envolvendo somas e diferenças de ângulos (descritores 1.15, 1.16, 8.2 e 8.3).

Geometria Analítica

- Foi retirada a menção à desigualdade de Cauchy-Schwarz (descriptor 2.7).

Programação Linear

- Foi retirado o domínio Programação Linear (descritores 1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 e 3.1).

Sucessões

- Foram retiradas as noções de supremo e de ínfimo de um conjunto de números (descritores 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 e 1.10).
- A aplicação aos juros compostos transitou para o 12.º ano (descritores 6.1, 6.2, 6.3 e 8.3).

Funções Reais de Variável Real

- Transitaram para o 10.º ano as operações sobre funções (descriptor 1.11).
- Foi retirada a definição de limite segundo um conjunto (descriptor 1.3).
- Foi retirada a noção de mais/menos infinito como ponto aderente a um conjunto (descritores 1.8, 1.9 e 1.10).
- Foi eliminada a referência ao Teorema de Rolle (descriptor 8.2).

12.º ano

Cálculo Combinatório

- Foi eliminada a interpretação dos arranjos (com ou sem repetição) enquanto contagem das funções ou das funções injectivas com dado domínio e contradomínio (descritores 1.5, 1.11 e 4.1).

Probabilidades

- Foi retirado o objetivo geral «Definir variáveis aleatórias discretas e distribuições de probabilidade» (descritores 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 4.4 e 4.5).

Funções Reais de Variável Real

- Foi eliminada a referência à diferenciabilidade e o estudo da regra de derivação da função inversa (descritores 4.1 e 4.2).
- Transitou para o 11.º ano o descritor 1.5 e a sua redação foi alterada.
- Foi simplificada a abordagem aos teoremas de comparação de sucessões e funções enquadradas (descritores 1.6, 1.7, 1.8, 1.9).
- Foi retirado o estudo da continuidade da função inversa de uma função contínua (descritor 2.2).

Trigonometria

- Foi simplificado o enunciado da aplicação envolvendo a segunda lei de Newton (descritores 2.1, 2.2 e 3.3).

Funções exponenciais e funções logarítmicas

- Foi simplificado o objetivo geral 4, relativo a limites envolvendo funções exponenciais e logarítmicas (descritor 4.1, 4.2 e 4.3).

Primitivas e Cálculo Integral

- Foi eliminada a referência às propriedades das áreas utilizadas no estudo do integral (descritores 2.1, 2.2, 2.3, 2.4).
- Foi eliminada a definição de função que alterna de sinal um número finito de vezes (descritores 2.12, 2.13, 2.14, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4).
- Foi eliminada a referência à existência do integral para qualquer função contínua (descritor 2.14).
- Foi eliminado o Teorema da Média (descritor 3.3).

Números Complexos

- Foram eliminadas as referências a algumas propriedades relativas aos argumentos dos números complexos (descritores 4.6 e 4.8).
- Foi eliminado o estudo da extensão da função raiz quadrada ao conjunto dos números complexos (descritores 5.2 e 5.3).

Refira-se ainda o significado dos símbolos «+» e «#» com que se encontram assinalados certos descritores, e que parecem ter sido ignorados em vários pareceres.

- Tal como o Programa indica, assinalaram-se com o símbolo «#» grupos de descritores, que, envolvendo técnicas de demonstração muito semelhantes entre si, não requerem justificações e demonstrações exaustivas, devendo o professor justificar de forma mais completa apenas alguns deles, à sua escolha. Um caso paradigmático desta situação é, por exemplo, a longa lista de descritores do domínio SUC11, em que se elenca a “Álgebra de Limites” (descritores 7.11 a 7.26).
- Nos descritores iniciados pelo verbo «Provar» ou pelo verbo «Demonstrar», o símbolo «+» significa, tal como se encontra estipulado no Programa, que todos os alunos devem conhecer o referido resultado mas que a respetiva demonstração é facultativa, não sendo portanto exigível aos alunos.

2. Em alguns pareceres propuseram-se alterações à ordem pela qual são expostos os conteúdos num determinado ano. A este propósito (e tal como já acontecia a propósito do Ensino Básico) podia ler-se na proposta apresentada que

«Optou-se por formar uma sequência de objetivos gerais e descritores, dentro de cada subdomínio, que corresponde a uma progressão de ensino adequada, **podendo no entanto optar-se por alternativas coerentes** que cumpram os mesmos objetivos e respetivos descritores. Existem, em particular, algumas circunstâncias **em que se torna necessário cumprir alternadamente descritores que pertencem a subdomínios ou mesmo a domínios distintos**; com efeito, a arrumação dos tópicos por domínios temáticos, e simultaneamente respeitando dentro de cada domínio uma determinada progressão a isso pode levar, dada a própria natureza e interligação dos conteúdos e capacidades matemáticas.»

É pois perfeitamente lícito, quer ao nível de manuais escolares, quer em termos da prática letiva, optar-se por ordens de lecionação distintas daquela que é sugerida no Programa. A este propósito, refira-se ainda que em alguns pareceres (em número reduzido) se considerou negativo «o aparecimento da Lógica e Teoria dos Conjuntos como um domínio separado». Esta crítica parece não ter em conta que a organização por Metas Curriculares obriga à explicitação clara de todos os conteúdos constantes do Programa, facto que foi mesmo referido na introdução da Proposta apresentada. Isso não significa, como é dito mais acima, que alguns destes conteúdos não possam ser tratados em simultâneo com outros domínios, como por exemplo com conteúdos pertencentes à Geometria Analítica.

3. Alguns pareceres referem a falta de informação relativa ao enquadramento da proposta apresentada com Programas de Avaliação Internacional. Foi incorporada, na presente versão, informação referente ao *TIMSS-Advanced* (programa de avaliação dedicado aos alunos do 12.º ano de áreas com forte componente em Matemática e em Física e em que Portugal irá participar a partir de 2015), aos respetivos domínios de conteúdos e de capacidades cognitivas (*Knowing, Applying, Reasoning*) e à forma como estes se conjugam com os objetivos constantes do Programa nacional.
4. Finalmente, certos pareceres referem especificamente alguns conteúdos, questionando a pertinência da respetiva inclusão no Programa do Secundário. Fazemos de seguida um breve comentário a cada um deles:

Primitivas e cálculo integral

Trata-se, em termos de conteúdos, da principal alteração introduzida. É um dos pontos em que o anterior Programa se encontrava claramente desatualizado e desalinhado com aquilo que é a prática da maioria dos currículos internacionais. Em particular, o *TIMSS-Advanced*, que se constitui como um importante referencial internacional de avaliação para alunos do final do Ensino Secundário, refere explicitamente este ponto: «*Integrate polynomial, exponential, trigonometric and rational functions. Evaluate definite integrals, and apply integration to compute the area under a curve*».

Note-se que a abordagem preconizada neste novo Programa dá resposta a quase todos estes requisitos, propondo-se em particular uma construção do integral baseada em propriedades intuitivas de área, que dispensa outros formalismos menos adequados a este nível de Ensino.

Espaços Vetoriais

A Proposta colocada à discussão pública não contempla este tópico; as referências a este conteúdo resultaram certamente de uma leitura mais apressada do documento. Este termo é utilizado em dois únicos descritores, exclusivamente a título de vocabulário: no descritor GA10-6.1, em que se pode ler «...designar o par ordenado (\vec{e}_1, \vec{e}_2) por «base canónica do espaço vetorial dos vetores do plano»...», e no descritor GA10-12.1: «...designar o terno ordenado $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ por «base canónica do espaço vetorial dos vetores do plano»...».

Teorema de Carnot, Analogia dos Senos e funções trigonométricas inversas

Também se solicita explicitamente, no *TIMSS-Advanced*, a aplicação da trigonometria a problemas envolvendo triângulos. A resolução de triângulos constitui uma aplicação natural e fundamental da trigonometria que foi progressivamente desaparecendo do currículo nacional. Trata-se de uma categoria de problemas cuja resolução pode ser facilmente sistematizada utilizando a Analogia dos Senos e o Teorema de Carnot, pelo que, tendo em conta os objetivos em apreço, a introdução destes resultados no Programa (que aliás já constavam de diversos manuais) constitui uma verdadeira mais-valia para os alunos. Naturalmente, todas estas atividades tornam aconselhável um conhecimento mínimo das funções trigonométricas inversas, em particular para se interpretarem adequadamente os resultados numéricos fornecidos pelas calculadoras.

Teorema de Lagrange e Teorema de Weierstrass

Gostaríamos de salientar, quanto ao Teorema de Lagrange, que apenas se pede aos alunos que reconheçam intuitivamente este resultado, através da respetiva interpretação geométrica. É um resultado essencial se se pretender que os alunos compreendam por que razão o sinal da derivada, num intervalo, determina a monotonia de uma função diferenciável nesse mesmo intervalo. Relativamente ao Teorema de Weierstrass, também apenas se requer o conhecimento do respetivo enunciado; trata-se de um resultado fulcral para a correta resolução de muitos problemas de otimização.

Equações diferenciais

À imagem do tópico «Espaços Vetoriais», dificilmente se pode considerar que o presente Programa contemple o estudo de Equações diferenciais. Na verdade apenas se pede para verificar que as funções exponenciais e sinusoidais satisfazem, respetivamente, igualdades do tipo $y' = ky$ e $y'' = -k^2y$. No caso das exponenciais requer-se ainda um cálculo trivial que permite observar que não existem outras funções cuja derivada seja proporcional à própria função. Estas simples observações permitem explicar de modo muito satisfatório a pertinência de determinados modelos cujo estudo é universalmente aceite no secundário.

Osciladores harmónicos

Não se trata de um novo tópico, mas antes de uma questão de nomenclatura. Os «osciladores harmónicos» referem-se a sistemas cujo comportamento pode ser modelado por funções do tipo $t \rightarrow A \cos(\omega t + \varphi)$, propondo-se apenas na prática o estudo destas funções, interpretando os respetivos parâmetros. Funções exibindo este tipo de comportamento oscilatório estão na base de diversas aplicações fundamentais da Matemática ao mundo real, aspeto que é também largamente mencionado nos documentos internacionais

A equipa de autores