

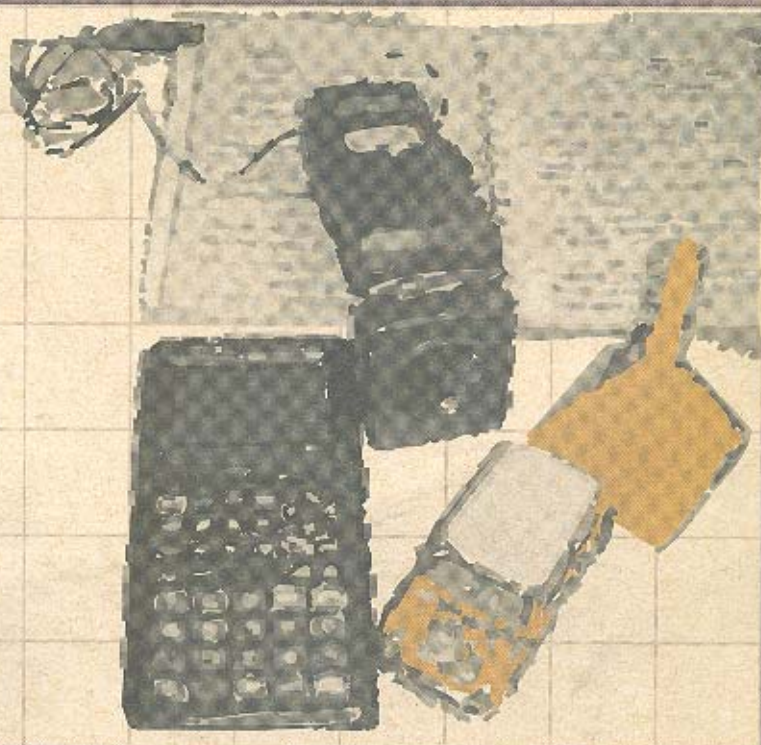
# MATEMÁTICA

**Ministério da Educação**  
Departamento do **Ensino Secundário**

# Projectos Educativos

**Ensino Secundário**

*João Pedro da Ponte*  
*Lina Brunheira*  
*Paulo Abrantes*  
*Rita Bastos*



**MATEMÁTICA**

**Projectos  
Educativos**

**Ensino Secundário**

*João Pedro do Ponte*

*Lino Brunheira*

*Paulo Abrantes*

*Rita Bastos*

***Ministério do Educação***

*Departamento do Ensino Secundário*

Biblioteca Nacional - Catalogação na Publicação

Projectos Educativos: matemática – ensino  
secundário/Joao Pedro da Ponte... [et al.]

ISBN 972-8417-07-1

I - Ponte, Joao Pedro, 1953

CDU 51(075)

*As opiniões expressas nos textos apresentados nesta publicação  
são da responsabilidade dos autores e não reflectem necessariamente a opinião  
do Departamento do Ensino Secundário ou do Ministério do Educação*

TÍTULO ***Projectos Educativos***

1.ª EDIÇÃO ***Agosto de 1998***

TIRAGEM ***4000 exemplares***

EDIÇÃO

***Ministério do Educação***

***Departamento do Ensino Secundário***

***Av. 24 de Julho, 138, 1350 Lisboa***

COORDENADOR ***João Pedro do Ponte***

AUTORES ***Lina Brunheira, Paulo Abrantes, Rita Bastos***

***A brochura foi lida pela equipa técnica que elaborou a programa (Professor Jaime Carvalho e Silva,  
Dr. Arsélio Martins e Dra. Graziela Fonseca), que certificou a sua adequação ao programa***

DEPÓSITO LEGAL N.º ***128 205/98***

ISBN ***972-8417-07-1***

CAPA ***José Pinto Nogueira***

EXECUÇÃO GRÁFICA E COMERCIALIZAÇÃO EXCLUSIVA

***Editorial do Ministério do Educação***

***Estrada de Mem Martins, 4***

***Apartado 113***

***2726 MEM MARTINS CODEX***

***Tel.: 351 1 926 66 00***

***Fax: 351 1920 27 65***

Publicação cofinanciada pelo **Fundo Social Europeu**  
no âmbito do **Programa de Desenvolvimento Educativo para Portugal – PRODEP**

## NOTA DE APRESENTAÇÃO

O Departamento do Ensino Secundário (DES) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de actividades destinadas a apoiar o ensino dos programas ajustados de Matemática para os 10º, 11º e 12º anos de escolaridade. É essencialmente no âmbito da Comissão de Acompanhamento dos Programas que tais actividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram esta Comissão o Director do DES, que preside, a equipa responsável pelo ajustamento dos programas (Prof. Jaime Carvalho e Silva, Dr<sup>a</sup> Graziela Fonseca e Dr. Arsélio Martins), assim como representantes da Associação de Professores de Matemática (APM), da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), da Sociedade Portuguesa de Estatística (SPE), da Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SEM-SPCE), do Departamento de Educação Básica (DEB) e do Instituto de Inovação Educacional (IIE).

Tal como as quatro brochuras - Geometria, Funções, Estatística e Didáctica, - destinadas a apoiar o ensino do programa do 10º ano de escolaridade e que se distribuíram por todas as escolas com ensino secundário no lectivo de 1997/1998, as brochuras que agora se distribuem - **Geometria, Funções, Sucessões e Projectos Educativos** - destinam-se a apoiar o ensino do programa do 11º ano cuja aplicação se inicia em 1998/1999. São materiais que não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e finalidades do programa, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didácticas ou sobre a concepção, desenvolvimento e avaliação de projectos. Neste sentido, são materiais que podem apoiar os professores na selecção e na planificação de tarefas que envolvam os alunos em actividades matemáticas relevantes e que suscitem aprendizagens mais interessadas, mais consistentes e mais significativas. A aprendizagem de conceitos estruturantes, de competências essenciais para o pensamento matemático, tais como particularizar, generalizar, identificar regularidades ou formular e testar conjecturas e o gosto pela actividade matemática estão fortemente relacionadas com o tipo de tarefas que se propõem aos alunos. Por isso, sublinho que, também neste aspecto, as brochuras podem constituir uma boa referência de trabalho.

Os autores das brochuras são professores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. O seu trabalho na formação de professores é reconhecido. Ao aceitarem divulgar os seus saberes, as suas ideias e as suas experiências, estão a contribuir para consolidar um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciamos em 1997, e que inclui, entre outras iniciativas, a edição de brochuras, um sistema de formação aos professores acompanhantes locais que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e um boletim informativo - InforMAT - que, em 1998/99, será melhorado e tem distribuição regular. Acreditamos que se trata de uma estratégia correcta que continuaremos a aperfeiçoar, criando condições para favorecer o seu desenvolvimento.

Devo sublinhar que a colaboração das entidades que integram a Comissão de Acompanhamento dos Programas, tem sido determinante para que o Departamento do Ensino Secundário consolide a estratégia que delineou e as actividades e iniciativas que a concretizam, como é o caso da edição das brochuras, da formação dos "professores acompanhantes" ou da avaliação do projecto. Não posso pois deixar de manifestar o meu reconhecimento por essa inestimável colaboração à APM, à SPM, à SPE, à SEM-SPCE, ao DEB e ao IIE. Devo também agradecer a colaboração permanente e sempre empenhada da equipa que coordenou todo o processo de ajustamento dos programas que, como é reconhecido, não se tem poupado a quaisquer esforços para melhorar o ensino da Matemática no nosso país, trabalhando, nas escolas secundárias, com os professores.

Finalmente, espero que as professoras e os professores de Matemática do ensino secundário possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas actividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de auto-formação e de desenvolvimento profissional. O Departamento do Ensino Secundário, como lhe compete, não deixará de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com as professoras e professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efectiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Lisboa, 27 de Agosto de 1998

O Director do Departamento do Ensino Secundário

Domingos Fernandes

## ÍNDICE

<b>1. Introdução</b>	7
<b>2. O que é um projecto?</b>	9
Origem e significado(s) de “projecto”	11
O projecto como conceito educativo	12
Características do projecto	15
O projecto como modalidade de formação	17
A concluir	22
<b>3. Avaliação de projectos educativos</b>	23
Porquê avaliar?	23
Avaliar e medir	24
Quem participa na avaliação?	26
Como avaliar?	28
A concluir	35
<b>4. Métodos quantitativos para os alunos do ensino artístico</b>	37
O ponto de partida	37
<i>Ideia inicial. Objectivos operacionais. Fundamentação. Equipa do projecto. Actividades previstas. Recursos materiais. Avaliação e divulgação.</i>	
O trabalho do projecto	46
<i>Actividade desenvolvida. Um exemplo concreto. Dificuldades e desenvolvimentos inesperados. Divulgação. Gestão de recursos.</i>	
O balanço final do projecto	54
<i>A opinião dos alunos. O balanço dos professores. Comentários finais.</i>	

<b>5. O projecto matemática para todos</b>	59
O ponto de partida	59
<i>Investigar na aula de matemática. Objectivos do projecto. Equipa e organização do projecto.</i>	
O trabalho do projecto	62
<i>Produção de materiais. Experimentação dos materiais. Avaliação. Actividades de investigação. Iniciativas de divulgação e de formação. Momentos de viragem.</i>	
O balanço do projecto	75
<b>6. Um laboratório de matemática</b>	77
O ponto de partida	77
<i>Ideia inicial. Objectivos. Fundamentação. Equipa do projecto. Actividades previstas. Recursos materiais. Avaliação e divulgação.</i>	
O trabalho do projecto	85
<i>Actividade desenvolvida. Um exemplo concreto. Momentos de viragem. Divulgação. Gestão de recursos.</i>	
O balanço final do projecto	93
<i>A opinião dos alunos. O balanço dos professores. Comentários finais.</i>	
<b>7. Projectos educativos na disciplina de matemática</b>	97
<b>Notas</b>	107
<b>Bibliografia</b>	109

## 1 - INTRODUÇÃO

A participação na concepção, realização e avaliação de projectos educativos é um dos aspectos essenciais da actividade do professor, em todos os níveis de ensino. Um projecto começa sempre com a percepção de um problema e de uma oportunidade para o resolver, pode prolongar-se por semanas, meses ou anos, e termina com um momento de balanço e de avaliação final, muitas vezes para dar origem a novos projectos.

A ideia de projecto começa a assumir uma importância crescente nas escolas e a suscitar o interesse dos professores. No entanto, ainda há pouca experiência acerca do modo como se pode levar a cabo um projecto. Não é fácil desenvolver, com êxito, um projecto, resistindo a todas as adversidades. É preciso ter um bom ponto de partida, encontrar um contexto minimamente favorável, ser capaz de lidar com a incerteza e, sobretudo, estar pronto a fazer um grande investimento. Tudo isto são coisas que se aprendem sobretudo pela vivência de projectos inovadores, mas a sistematização de alguns aspectos fundamentais e a sua ilustração através de exemplos pode ajudar os professores de Matemática do ensino secundário que queiram enveredar por este caminho.

Começamos por discutir a origem e significado da ideia de projecto, tendo em atenção os seus usos em domínios como a arquitectura e os movimentos sociais. De seguida, analisamos o projecto como conceito educativo, reportando-nos ao trabalho de autores como Dewey e Kilpatrick e, mais recentemente, ao movimento que levou à sua afirmação como actividade educativa e formativa por excelência. Apresentamos ainda uma breve discussão sobre as características do trabalho de projecto e as suas possibilidades como modalidade de formação.

Consideramos, então, a questão da avaliação dos projectos. Discutimos as razões da necessidade de avaliar os projectos e consideramos brevemente a distinção entre avaliar e medir. Abordamos alguns aspectos práticos do processo de avaliação dos projectos, considerando em especial a questão de quem participa na avaliação e dos instrumentos a utilizar neste processo.

Apresentamos, de seguida, de modo desenvolvido três projectos educativos que se realizaram no ensino secundário na área da Matemática: um projecto de programa para a disciplina de Métodos Quantitativos, um projecto de desenvolvimento curricular e investigação e um projecto de instalação de um laboratório de Matemática. Em todos os casos procuramos indicar, apresentando sempre que possível exemplos concretos, qual



o ponto de partida de cada projecto, os seus objectivos, fundamentação e organização, as actividades previstas, os recursos materiais usados, as dificuldades e os momentos de viragem, e a sua avaliação e divulgação.

Indicamos ainda, de modo breve, outros projectos que se desenvolveram no âmbito da disciplina de Matemática, procurando deste modo contribuir para a sua divulgação e para a intensificação de trocas de experiências.

Esta brochura apoia-se no trabalho realizado desde há alguns anos no Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa em torno da ideia de projecto como eixo do trabalho de alunos e professores, na sua aprendizagem da Matemática e no seu percurso de desenvolvimento profissional. No desenvolvimento desta ideia têm participado numerosos estudantes dos cursos de formação inicial e professores dos cursos de pós-graduação e formação, a quem deixamos o nosso reconhecimento. Agradecemos vivamente a todos os colegas que nos ajudaram na elaboração deste trabalho, muito especialmente a Adelina Precatado que nos facultou todas as informações pedidas sobre o projecto do laboratório de Matemática. Agradecemos, ainda, ao Instituto de Inovação Educacional e ao Ministério da Ciência e Tecnologia os elementos que nos forneceram sobre projectos educativos na área da Matemática.

João Pedro da Ponte, *Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*  
Lina Brunheira, *Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*  
Paulo Abrantes, *Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*  
Rita Bastos, *Escola Secundária António Arroio*

## 2 - O QUE É UM PROJECTO?

Vivemos numa época de projectos. Basta-nos abrir um jornal ou escutar as notícias ou alguma entrevista na rádio ou na televisão para ouvirmos diversas referências aos mais variados tipos de “projectos”, qualquer que seja o domínio de actividade. Por vezes, os projectos dizem respeito a grandes metas que se perseguem e estão associados a uma certa filosofia de intervenção: são os projectos de investigação ou de desenvolvimento, os projectos políticos, sociais ou profissionais, os projectos de vida ou de carreira. Outras vezes, referem-se a realizações concretas mas que envolvem um elevado grau de complexidade e têm um significado especial para os seus autores: a construção de uma ponte, a montagem de um programa de televisão, o lançamento de uma associação. O contexto educativo não constitui excepção: são os projectos de escola, os projectos de inovação curricular, os projectos pedagógicos, os projectos de formação.

Mesmo descontando os efeitos de um fenómeno de moda que, em cada época, existe sempre em torno de certos termos — que, por isso mesmo, são usados muitas vezes a propósito e a despropósito — a verdade é que a emergência do conceito de projecto parece estar relacionada com a natureza dos problemas com que nos confrontamos e com o modo como nos organizamos para os enfrentar e resolver. Com efeito, numa primeira apreciação, usamos o termo “projecto” quando temos uma meta a médio ou longo prazo que envolve lidar com uma situação complexa e precisamos de planear e desenvolver um conjunto de estratégias e acções adequadas para a atingir. Embora haja evidentemente projectos individuais, o projecto requer geralmente o trabalho de uma equipa de pessoas, ao longo de um período de tempo mais ou menos prolongado, e muitas vezes está associado à ideia de cooperação interdisciplinar. Ora, o reconhecimento da complexidade dos grandes problemas e da necessidade de os abordarmos de um modo intencional e organizado é uma forte característica do nosso tempo, na ciência, na política, na educação, e em muitos outros campos de actividade.

O projecto é, na expressão de Jean-Pierre Boutinet, uma figura emblemática da nossa modernidade. Ao contrário das sociedades tradicionais, o nosso tempo é caracterizado pelas “culturas de antecipação” que, sob o impulso da evolução científica e tecnológica, recorrem a figuras diversas (projectos, previsões, planifica-

ções) com o propósito de “explorar o futuro para domesticá-lo”. É neste sentido que Boutinet fala da forte influência que o futuro exerce sobre as nossas adaptações quotidianas.

***Uma referência da nossa modernidade***

Em oposição às sociedades tradicionais, a nossa cultura tecnológica fala cada vez mais de projecto: para se convencer de tal não é preciso mais do que prestar atenção ao vocabulário utilizado. Podemos certamente questionar-nos se isso proporciona uma ajuda para os indivíduos na determinação das suas intenções. E, logo que passa da fase de concepção à de realização, constituirá o projecto um guia eficaz para a acção, sobretudo quando se medem as distâncias (mesmo as falhas) que separam aquilo que foi projectado daquilo que será, na sua sequência, concretizado? O que se passa com o projecto de inserção dos jovens, com o projecto de planeamento de uma região consignada num esquema director, com o projecto de desenvolvimento de uma nação precisado num plano?

Poderíamos multiplicar as referências para as situações concretas que recorrem ao projecto; na sua grande variedade, apresentam, pelo menos, uma constante: de forma bastante frequente, o projecto possui uma conotação positiva, aparece como naturalmente bom, daí esta valorização sistemática.

Jean-Pierre Boutinet, 1996  
*Antropologia do projecto*

No terreno educativo, a actualidade dos projectos é bem evidente em diversos conceitos introduzidos pela reforma ou na sequência dela: o projecto educativo da escola, os projectos interdisciplinares da área escola ou o trabalho de projecto no currículo de algumas disciplinas, os projectos profissionais como modalidade de formação de professores, para apenas citar alguns exemplos que fazem hoje parte do dia-a-dia da nossa profissão.

Neste capítulo, começamos por referir a origem e a evolução do conceito de projecto, bem como os vários significados que lhe estão associados. Em seguida, comentamos a presença e relevância deste conceito nos contextos educativos, salientando as suas principais características. Finalmente, discutimos a natureza e os aspectos mais relevantes da metodologia dos projectos.

## 2.1 - Origem e significado(s) de “projecto”

O termo “projecto” tem várias conotações e é usado em sentidos diferentes. Por vezes, associamo-lo a um propósito, uma intenção ou mesmo um desígnio. Noutras situações, conotamo-lo com um esquema, um plano ou um programa. Em geral, os dois aspectos estão presentes, em maior ou menor grau e de modo mais ou menos explícito, naquilo a que chamamos um projecto.

Para discutirmos os significados deste conceito, pode ser útil pensarmos na sua origem e evolução. Um facto saliente é que, de acordo com Boutinet, as culturas e línguas antigas (nomeadamente os Gregos e os Latinos) não dispunham no seu vocabulário de um termo correspondente à moderna acepção de projecto. Um tal termo parece surgir apenas no século XV e com uma conotação essencialmente espacial, significando “lançado à frente” e provavelmente ligado ao verbo latino *projicio* (projectar, expulsar). No francês antigo, projecto designava um elemento arquitectural (balcões ou estacas) diante de uma casa.

Boutinet afirma que o conceito de projecto era ainda estranho ao pensamento medieval, muito marcado, tal como a mentalidade da maior parte das sociedades tradicionais, não por preocupações com o futuro mas por um “tempo repetitivo”, em que “o presente se quer a reactualização de um passado considerado como nunca cumprido”. Segundo este autor, a primeira tentativa de formalização do projecto tem a sua origem no século XV e está ligada à evolução de um campo profissional específico: a arquitectura.

Embora a arquitectura sempre tenha recorrido a esboços e esquemas para começar a concretizar as ideias relativas a uma construção, terão sido os arquitectos do renascimento italiano quem valorizou e racionalizou a fase de concepção de uma obra, isto é, o seu “projecto”. Este facto está associado à preocupação em usar métodos científicos, e em especial à descoberta das leis da perspectiva e ao uso de sistemas de projecção (num plano) de objectos e relações espaciais. Parece haver aqui um duplo sentido no projecto: por um lado, ligado a esta projecção bidimensional, por outro conotado com um desenho antecipador da obra.

Com a tecnologia industrial a arquitectura evoluiu consideravelmente e tornou-se cada vez mais complexa. É interessante pensar como o caminho percorrido pelo conceito de projecto pode ser visto à luz desta evolução: à importância central de antecipar a execução, é preciso associar outras dimensões, nomeadamente a gestão da complexidade e a coordenação das múltiplas técnicas que vão sendo usadas, assim como a articulação entre concepção e realização.

Depois desta primeira “ancoragem arquitectural” (como lhe chama Boutinet), o conceito de projecto surge associado a partir do século XVIII à evolução social. Diversos factores, entre os quais o desenvolvimento científico e o aparecimento de novas filosofias, põem em causa velhas ideias e atribuem aos homens um papel determinante como agentes da história. O projecto é então associado ao progresso, e especialmente ao progresso social. Políticos e filósofos escrevem projectos de sociedade, de paz, de liberdade.

Os trabalhos filosóficos dos séculos XIX e XX introduzem novas dimensões no conceito de projecto. Por um lado, ele surge relacionado com um outro conceito, o de intencionalidade, que tem a ver com a relação que o ser humano estabelece com os objectos do seu ambiente para os quais se orienta a sua consciência. Noutras perspectivas, o projecto constitui a revelação do ser humano: compreender significa projectar-se em direcção às suas possibilidades. A partir dos trabalhos de diferentes autores, é possível conotar o projecto com inquietação, utopia concreta, esperança ou consciência antecipadora.

Na nossa cultura actual, o conceito de projecto carrega simultaneamente dois sentidos que podem ser opostos e lhe conferem alguma ambiguidade. O projecto está conotado com o operatório e com uma certa racionalidade técnica mas, ao mesmo tempo, está ligado à procura de ideais e de significado. Por outras palavras, o projecto oscila entre a noção de “programa”, algo que se realiza através de uma cuidadosa sequência de acções, e a ideia de lançar-se para a frente, ver para o futuro, projectar-se naquilo que se quer ser.

## 2.2 - O projecto como conceito educativo

O conceito de projecto não é novo na literatura educacional. É geralmente aceite que ele tem a sua origem no movimento de educação progressista do início do século nos Estados Unidos da América e, em especial, no pensamento de John Dewey (1859-1952). Com efeito, este autor concebeu a educação em termos de experiência e advogou a ideia de uma pedagogia aberta em que o aluno se torna actor da sua própria formação através de aprendizagens concretas e significativas (*learning by doing*). Vale a pena recordar aqui as palavras que Dewey escreveu há cerca de um século no seu Credo Pedagógico: “A educação é um processo de vida e não uma preparação para a vida futura. A escola deve representar vida presente — tão real e vital para a criança como aquela que ela vive em casa, no bairro ou no pátio”<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Uma referência a respeito do pensamento educativo de John Dewey, que inclui em anexo a transcrição do seu Credo Pedagógico, é o livro *On Education. Selected writings*, publicado em Chicago, pela University of Chicago Press, em 1964.

Na linha do pensamento de Dewey, William H. Kilpatrick (1871-1965), durante muitos anos professor de Educação na Universidade de Columbia em Nova Iorque, terá sido o iniciador da reflexão sobre o trabalho de projecto enquanto método educativo. Num artigo publicado em 1918<sup>2</sup>, ele procura definir o conceito de projecto, discutir a sua relevância educativa e relacioná-lo com os processos de aprendizagem. O termo “projecto” surge como designação possível de um conceito que procura unificar vários aspectos importantes do processo de aprendizagem: a acção realizada com empenhamento pessoal; a intencionalidade dessa acção; e a sua inserção num contexto social. Deste modo, Kilpatrick define projecto como sendo “actividade intencional feita com todo o coração e desenvolvendo-se num contexto social”.

Kilpatrick defende que os projectos ocupem um lugar central nas práticas escolares porque eles são “a unidade típica da vida que vale a pena viver numa sociedade democrática” e, portanto, basear a educação em projectos é afinal “identificar o processo de educação com a própria vida”. A filiação no pensamento de Dewey é óbvia. Se é fazendo que se aprende a fazer e se a vida consiste em acções que se realizam a partir de objectivos que têm significado para a pessoa, no seu ambiente social, então que melhor preparação para a vida do que desenvolver desde já (isto é, na escola) e sob orientação adequada a prática de conceber e de executar projectos significativos?

Apesar do trabalho notável de Dewey, Kilpatrick e diversos outros educadores, a verdade é que, durante várias décadas a até aos anos 70, o conceito de projecto — assim como, de um modo geral, a ideia de formação baseada na experiência — não desempenhou um papel de relevo na escola, talvez com excepção das áreas disciplinares com uma forte componente de trabalho prático ou daquelas em que a expressão e a criatividade ocupam um lugar reconhecidamente central. Só nas duas últimas décadas o projecto terá reaparecido no primeiro plano das ideias e das preocupações educativas.

Vários factores concorrem para isso. Boutinet fala do reaparecimento da pedagogia do projecto, meio século depois do trabalho dos seus pioneiros, como uma “ reacção contra o insucesso da pedagogia por objectivos”, a qual marcara nas décadas de 60 e 70 o ressurgimento de preocupações pragmáticas. Para este autor, uma outra causa terá sido a emergência da formação de adultos, na qual era mais evidente a necessidade de negociar projectos e que podia, ela própria, ser concebida como projecto.

---

<sup>2</sup>Trata-se do artigo de William H. Kilpatrick, intitulado “The Project method”, publicado em 1918, na revista *Teachers College Record*, vol.XIX, nº 4, pp. 319-335.

**O método dos projectos**

À medida que estas interrogações se tornaram mais claras no meu pensamento, emergiu de modo crescente a convicção — corroborada de muitos lados — de que a ideia unificadora que eu procurava se encontrava no conceito de actividade intencional feita com todo o coração e desenvolvendo-se num contexto social, ou mais brevemente, no elemento unitário de tal actividade, o acto intencional feito com o coração.

É a este acto intencional com a ênfase na palavra intenção [*purpose*] que eu aplico o termo “projecto”. Não inventei o termo nem o introduzi na educação. Na verdade, desconheço há quanto tempo ele terá começado a ser utilizado. Contudo, apropriei-me conscientemente desta palavra para designar a unidade típica da vida que vale a pena ser vivida.

(...)

Nós admiramos o homem que é dono do seu destino, aquele que olha de modo deliberado para uma situação e define objectivos claros e de longo alcance, aquele que planeia e executa cuidadosamente os projectos assim formados. Um homem que habitualmente regula a sua vida deste modo com referência a objectivos sociais valiosos encontra-se imediatamente perante exigências de eficiência prática e de responsabilidade moral. Isto tem a ver com o ideal da cidadania democrática.

William H. Kilpatrick, 1918  
*The project method*

Mas há certamente outras razões. Na época em que vivemos, grande parte dos conhecimentos que se adquirem numa determinada fase da formação perdem rapidamente actualidade e, nalguns casos, tornam-se mesmo obsoletos. Ao mesmo tempo, a disponibilidade de recursos é cada vez maior. Daí que a ênfase mude da aquisição de conhecimentos para o desenvolvimento de capacidades e atitudes da pessoa em formação. Hoje reconhece-se que o grande desafio é formar indivíduos com iniciativa, consciência dos problemas do nosso tempo, sensibilidade para trabalhar com outros, aptidão e flexibilidade para agir num mundo em mudança permanente. Isto traz para o primeiro plano os métodos para lidar com informação e recursos variados, bem como as capacidades e as atitudes necessárias para enfrentar problemas complexos.

Há ainda outros factores que contribuem para a atenção crescente que se tem dado aos projectos. Um deles tem a ver com as ideias actuais sobre a natureza contextualizada da aprendizagem e aquilo que se sabe hoje em domínios como a relação entre motivação e cognição ou a resolução de problemas em ambientes de trabalho de grupo.

O sistema educativo não é incólume a essa filosofia. A última reforma em Portugal, na linha do que passa um pouco por todo o mundo, atribui uma importância considerável ao desenvolvimento de projectos em vários níveis que vão desde a própria escola na sua globalidade até à organização curricular, passando pela formação de professores.

### **2.3 - Características do projecto**

O conceito de projecto pode ser definido, e tem sido definido, de várias maneiras. Porém, há um conjunto de características fundamentais que lhe estão quase sempre associadas:

- Um projecto é uma actividade intencional. A sua realização pressupõe um objectivo, formulado pelos autores e executores do projecto ou apropriado por eles, que dá unidade e sentido às várias actividades, e está associada a um produto final que pode assumir formas muito variadas mas procura responder ao objectivo inicial e reflecte o trabalho realizado.
- Um projecto pressupõe uma margem considerável de iniciativa e de autonomia daqueles que o realizam, os quais se tornam co-responsáveis pelo trabalho e pelas escolhas ao longo das sucessivas fases do seu desenvolvimento. Geralmente, há um grupo de pessoas envolvidas na realização do projecto, pelo que a cooperação assume igualmente uma grande importância, ainda que haja também projectos individuais.
- A autenticidade é outra característica fundamental de um projecto. Aquilo que se pretende fazer constitui um problema genuíno para quem o faz e envolve alguma originalidade. Não chamamos projecto à mera reprodução de um trabalho já feito por outros ou a um trabalho de natureza livresca.
- Um projecto envolve complexidade e incerteza. São as tarefas complexas e problemáticas que precisam de ser “projectadas”. O objectivo central do projecto constitui um problema ou torna-se uma fonte geradora de problemas.
- Um projecto tem um carácter prolongado e faseado. Pela sua própria natureza, um projecto corresponde a um trabalho que se estende ao longo de um período de tempo mais ou menos prolongado e percorre várias fases desde a formulação do objectivo central até à apresentação dos resultados passando pelo planeamento e execução.



Um projecto não é apenas uma intenção ou um objectivo mas também não se pode reduzir a uma metodologia. Num projecto, estes dois aspectos surgem em simultâneo e influenciam-se mutuamente. Talvez aquilo que mais fortemente distingue o projecto de outras perspectivas de trabalho é a integração de concepção e execução ou, por outras palavras, o facto de não haver separação entre os que pensam e os que fazem.

Ao discutir a pedagogia do projecto, Boutinet menciona alguns parâmetros que lhe são inerentes. O primeiro é a “negociação” que este autor vê como “a dimensão essencial de uma pedagogia que se apresenta como aberta, estimulando a motivação e a imaginação de todos os interessados, permitindo-lhes apropriar-se da situação na qual são actores”. A ideia de apropriação adquire aqui um papel fundamental. Sem ela, dificilmente se pode falar de projecto. Por outro lado, para que um projecto colectivo possa existir, é preciso articular os projectos dos vários actores envolvidos que, na verdade, são diferentes uns dos outros.

Outra consideração relevante é que os objectivos, formulados e negociados, devem ser realizáveis. Um projecto não é a mera declaração de boas intenções, a sua função é concretizar e realizar as intenções. Por esta razão, é imprescindível ter em conta o tempo, os meios possíveis de concretização e os obstáculos a ultrapassar. Além disso, é importante ainda pensar qual é o horizonte temporal do projecto adequado à situação.

Um aspecto particularmente interessante da perspectiva deste autor é o facto de chamar a atenção para que existem dois tempos na concepção e desenvolvimento de um projecto: o primeiro envolve um diagnóstico da situação, uma negociação de objectivos e prioridades e uma descrição de meios; o segundo implica a planificação das actividades, a realização propriamente dita do projecto e a sua avaliação. Muitas vezes, apenas este segundo tempo é referido, esquecendo-se todo o trabalho anterior que, na verdade, tem um papel decisivo na formulação dos objectivos, no modo como os actores envolvidos se apropriam ou não da situação e na avaliação cuidadosa das possibilidades de concretização do projecto.

As etapas de realização do projecto, uma vez ultrapassado o primeiro tempo e na sequência deste, merecem igualmente atenção. A partir de uma estratégia de acção é preciso planear e calendarizar as actividades a desenvolver; em seguida, há que gerir o desenvolvimento do trabalho, ao longo do qual surgirão imprevistos e obstáculos diversos; finalmente, é fundamental avaliar não só o produto final mas também o percurso realizado.

A gestão do desenvolvimento de um projecto implica enfrentar tensões e situações que por vezes podem ter aspectos paradoxais. Há um vaivém constante entre teoria

e prática. Há uma tensão potencial entre lógica colectiva e lógicas individuais. Há ainda uma oscilação entre um sentimento de sucesso em certos momentos e um sentimento de fracasso noutros momentos.

Relativamente à conclusão de um projecto, é preciso considerar dois aspectos muito importantes: a avaliação do projecto e a divulgação dos seus resultados mais significativos.

Por um lado, a avaliação do trabalho feita por aqueles que o desenvolveram deve merecer uma grande atenção. Isto não é fácil quando se instala a sensação de que, ao fim de bastante tempo e depois de se vencerem diversos obstáculos, o trabalho está finalmente concluído. Mas essa avaliação, feita de um modo colaborativo, é essencial para se retirarem os ensinamentos da experiência vivida em comum. Pela sua importância, esta avaliação “interna”, bem como a avaliação “externa” de um projecto, é discutida com algum pormenor num outro capítulo da presente brochura.

Por outro lado, o modo como os resultados e os produtos do projecto são divulgados é igualmente merecedor de atenção. Não se pode transmitir toda a experiência vivida mas os produtos de um projecto são, no essencial, aquilo que o pode tornar partilhável com outros e criticável por outros. O esforço de divulgação é útil não só para outras pessoas como para os próprios intervenientes no projecto, ajudando-os a reflectir no trabalho que realizaram.

## **2.4 - O projecto como modalidade de formação**

A legislação sobre formação contínua dos professores introduziu recentemente em Portugal um conjunto de modalidades, entre as quais se conta o recurso ao desenvolvimento de projectos profissionais.

A versão mais recente do regulamento para acreditação e creditação de acções de formação na modalidade Projecto (que está em vigor desde Outubro de 1997 e de que aqui se transcreve um extracto na caixa seguinte), citando o autor francês Jean-Marie Barbier, afirma que a metodologia do projecto contribui para “instaurar entre o actor e o seu meio uma relação que se transforma em acção”. Por isso, revela-se uma estratégia de formação centrada na escola ou no território educativo e está associada à identificação de uma situação-problema perante o qual se deseja intervir.

O modo como são aqui entendidos os projectos profissionais desenvolvidos por grupos de professores é consistente com as características essenciais do projecto, atrás discutidas. O ponto de partida é uma situação da realidade profissional dos professores que estes reconhecem como problemática e perante a qual desejam intervir e têm possibilidade de o fazer. Além disso, o modo como vão desenvolver a sua actividade requer planeamento cuidadoso e, no decorrer do processo, há lugar simultaneamente para produções (propostas, materiais, etc.) e para aprendizagens diversas.

***Objectivos do Projecto como modalidade de formação***

De entre os objectivos do Projecto como metodologia de formação sobressaem, pela sua relevância:

- a) Desenvolver metodologias de investigação-formação centradas na realidade experimental da vida escolar e/ou comunitária, no território educativo;
- b) Incrementar o trabalho cooperativo em equipa e o diálogo pluri e inter-disciplinar;
- c) Favorecer a capacidade para resolver problemas e desenvolver planos de acção;
- d) Aprofundar a capacidade para relacionar o saber e o fazer, a aprendizagem e a produção;
- e) Potenciar a integração afectiva, a socialização e a realização de interesses pessoais e grupais.

Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua  
*Regulamento para acreditação e creditação de acções de formação*

Os projectos profissionais podem constituir realmente uma arma poderosa tanto do ponto de vista da resolução de problemas concretos como na perspectiva da auto-formação dos intervenientes. Vale a pena recordar aquilo que Christine Keitel escreveu a propósito de projectos desenvolvidos por alunos e professores para estudar problemas ambientais da região da sua escola: “Ambas as tarefas, gerar conhecimento local e exercer influência no ambiente (...), emergiram da experiência de que há problemas na sociedade que não podem ser enfrentados com sucesso se os processos de aprendizagem, de geração de conhecimento e de acção interventiva forem separados uns dos outros”<sup>3</sup>. Na verdade, esta relação entre produção de “conhecimento local”, intervenção e aprendizagem tem muito a ver com o desenvolvimento de projectos significativos e faz também todo o sentido no contexto de projectos de grupos de professores.

---

<sup>3</sup> A citação é de um texto de Christine Keitel, intitulado “Implicit mathematical models in social practice and explicit mathematical teaching by applications”, incluído no livro *Innovation in math education by modelling and applications*, organizado por Jan de Lange e tal. E publicado em Chichester, pela Ellis Horwood, em 1993.

A evolução da sociedade e do sistema educativo tem imposto às escolas e aos professores responsabilidades acrescidas e cada vez mais diversificadas, muitas vezes implicando procurar soluções criativas para problemas novos, em domínios como a organização escolar, a gestão curricular, etc. A formação inicial de um professor é hoje claramente insuficiente como preparação para o exercício das suas funções ao longo de um período de tempo prolongado. Desta situação emerge a importância da noção de desenvolvimento profissional, como uma perspectiva que nos leva a encarar a formação contínua centrada em problemas das escolas e territórios educativos, tendendo a ver o professor não como um objecto mas como um sujeito activo na sua própria formação e destacando competências profissionais associadas à capacidade e à disposição para resolver problemas, colaborar com colegas e reflectir sobre a sua própria prática. Nesta perspectiva, os projectos (a par com outras formas de trabalho como os círculos de estudos ou as oficinas) constituem uma modalidade de formação a privilegiar.

Um caso interessante em que um grupo de professoras de Matemática de uma escola secundária, num contexto de formação contínua, realizou um projecto profissional de incidência curricular é descrito e analisado por Paula Canavarró e Paulo Abrantes, precisamente à luz desta noção de desenvolvimento profissional. O projecto, que se desenvolveu ao longo de cerca de seis meses, consistiu basicamente na produção, experimentação e avaliação de um conjunto de tarefas de aprendizagem relacionadas com o estudo das Funções no 10º ano e concebidas para ajudar a “dar sentido à Matemática” aos olhos dos seus alunos.

Uma primeira observação a respeito desta experiência é que ela ilustra claramente até que ponto a fase inicial de um projecto pode ser difícil mas assume uma importância decisiva. Com efeito, a fase de *diagnóstico* prolongou-se por mais de três sessões de trabalho semanais, provocando alguma ansiedade pela situação de indefinição que se arrastava e sendo vivida de uma forma algo tensa. Para as professoras, não foi fácil ultrapassar uma abordagem inicial muito genérica dos problemas do ensino da Matemática no secundário e falar abertamente das suas principais dificuldades na sala de aula. A estratégia que inspirou a definição do projecto acabou por passar pela leitura e discussão do programa. Aos poucos foram-se identificando questões problemáticas que, a par com uma avaliação dos meios de que se podia dispor, conduziram à formulação do objectivo do projecto, do plano das acções a desenvolver (nas salas de aulas e nas reuniões de trabalho) e respectiva calendarização.

As fases seguintes, de *produção* e *implementação*, ajudaram a criar um clima de trabalho colaborativo no grupo, sobretudo a partir do momento em que a interajuda era essencial para se ultrapassarem as dificuldades surgidas como consequência

de um tipo de trabalho (que implicava, por exemplo, trabalho de grupo na sala de aula e produções escritas dos alunos) que não era habitual em Matemática nem para os alunos nem para as suas professoras.

O tempo reservado para as últimas fases, de *avaliação* e *divulgação*, revelou-se escasso. A avaliação incidiu mais nos efeitos que o trabalho teve nos alunos mas não foi aprofundada em termos do contributo para o desenvolvimento profissional das professoras. Este aspecto acabou por ser abordado apenas através de reflexões pessoais escritas. Quanto à divulgação, limitou-se a uma sessão preparada para os outros participantes do mesmo programa de formação mas o interesse e empenhamento das professoras nesta actividade mostrou que se poderia ter ido muito mais longe.

Esta experiência mostra como a negociação dos objectivos de um projecto entre os membros da equipa respectiva, bem como a articulação entre lógicas individuais e de grupo, constituem tarefas difíceis mas que não devem ser ultrapassadas com demasiada ligeireza se se pretende que os actores envolvidos se apropriem efectivamente do projecto. E mostra também que é preciso prever e dar a devida importância a aspectos como a avaliação e a divulgação, que correm o risco de ser colocadas num plano secundário, submersas pelas actividades práticas. Uma análise em pormenor desta experiência sugere o potencial do ambiente de um projecto relativamente a aspectos centrais do desenvolvimento profissional.

***O projecto como contexto favorável à colaboração e à reflexão***

A experiência mostrou que um projecto profissional (...) pode constituir um contexto favorável à colaboração e à reflexão. A natureza de projecto da actividade pode traduzir-se num acréscimo de empenhamento e motivação. Além disso, o carácter prolongado de um trabalho que atravessa várias fases e envolve tarefas de tipos diferentes torna natural que surjam diversas oportunidades para uma variedade de modos de colaborar e para todos se revelarem úteis, de acordo com as suas preferências e estilos pessoais.

Ana Paula Canavarro e Paulo Abrantes, 1994  
*Desenvolvimento profissional: uma experiência num contexto de formação*

Quando o Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, em 1993, elaborou o seu primeiro documento programático, optou por valorizar a ideia da formação “centrada em projectos”. Esta opção era justificada pela perspectiva de se considerar o professor como um profissional que analisa criticamente

os problemas colocados pela prática, procura encontrar respostas criativas para situações únicas e sente-se motivado para apresentar propostas de inovação.

### ***A formação centrada em projectos***

O projecto surge deste modo como o contexto geral no qual se desenvolve uma grande variedade de processos e formas de trabalho. Uma consequência inevitável é a rejeição de processos de formação que tendam a ver os professores como consumidores passivos de acções que não têm relação com a prática ou que têm como único propósito transmitir conhecimentos e técnicas requeridos por alegadas carências na sua formação pedagógica ou científica.

Por projecto entende-se aqui uma acção ou intervenção pedagógica, na sala de aula ou na escola, com objectivos definidos, que é planeada, desenvolvida e avaliada de modo cooperativo por um grupo de professores, e na qual eles se envolvem de uma forma interessada e empenhada. Estará implícita a ideia que se parte de uma situação que é identificada como problemática e relevante para a prática profissional dos professores envolvidos. Além disso, trata-se de uma acção que corresponde a um trabalho mais ou menos prolongado no tempo e que implica a consideração de várias etapas a percorrer.

No sentido que se lhe atribui neste documento, o projecto não deve ser visto como correspondendo necessariamente a uma acção muito ambiciosa (...) As referências à relevância da acção a desenvolver, aos seus objectivos e ao seu carácter prolongado e faseado, dizem respeito à natureza e às características do trabalho (de projecto) e não ao seu grau de ambição ou de dificuldade.

Os projectos a realizar tanto podem ser formulados à partida por um grupo de professores que têm desde logo uma intenção bem definida como podem emergir após um período inicial de estudo, reflexão e discussão em torno de uma área temática de interesse comum (...) Aquilo que é essencial é que o projecto seja reconhecido como relevante pelos professores participantes, que tenha incidência na sua prática pedagógica e que eles se co-responsabilizem pelas várias fases do trabalho, desde a formulação inicial até à avaliação final.

Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, 1993  
*Documento programático*

Com esta perspectiva geral, o Centro de Formação da APM apoiou e enquadrou o desenvolvimento de vários projectos profissionais propostos e realizados por grupos de professores de uma ou de várias escolas. Um deles, relativo à concepção de um programa de Métodos Quantitativos para alunos do ensino artístico, é descrito e analisado em pormenor num outro capítulo desta brochura.

## 2.5 - A concluir

Vivemos numa época em que se fala constantemente de projectos. Hoje em dia, nos mais diversos domínios de actividade, a concepção e o desenvolvimento de projectos surge frequentemente como uma tentativa de dar resposta a problemas complexos com que nos deparamos. Na educação, este fenómeno é bem visível desde a inovação curricular à organização escolar passando pela formação de professores.

Ao longo do presente capítulo, e partindo de uma análise da origem e evolução do conceito de projecto, discutiram-se as razões que lhe conferem uma tão grande actualidade. Além disso, analisaram-se as características de um projecto e as suas implicações pedagógicas e metodológicas. Em particular, procurou-se salientar o papel que a realização de projectos pode assumir na formação dos professores.

Conceber e realizar um projecto não é certamente uma tarefa fácil, implicando esforço e envolvimento pessoal, bem como ser capaz de gerir a complexidade das situações que vão surgindo. O projecto está associado, como diz Boutinet, a uma “pedagogia da incerteza”. Mas, pelo seu enorme potencial, constitui um desafio que pode ser muito estimulante para os professores que estão dispostos a assumir um papel activo na resolução dos problemas novos que hoje enfrentamos nas nossas escolas e simultaneamente no processo do seu próprio desenvolvimento como profissionais.

## **3 - AVALIAÇÃO DE PROJECTOS EDUCATIVOS**

Se a realização de projectos educativos é, entre nós, uma ideia relativamente nova, muito mais o é a ideia de fazer a avaliação dos projectos. O objectivo deste capítulo é dar indicações acerca da importância e natureza desta tarefa, e indicar algumas pistas acerca do modo prático de a realizar. Na bibliografia do final desta brochura o leitor encontrará muitas sugestões sobre fontes a que poderá recorrer para se documentar sobre este tema.

### **3.1 - Porquê avaliar?**

Nas escolas, muitos projectos são habitualmente realizados mas não são sujeitos a qualquer avaliação. Ainda hoje avaliar tem, muitas vezes, uma conotação desagradável. Avaliar implica julgar — o que está longe de constituir uma tarefa fácil. À partida, parece muito mais interessante desenvolver um projecto do que avaliá-lo. É natural, por isso, começar por perguntar: Será que avaliar um projecto é realmente necessário?

A resposta é afirmativa. Avaliar é reconhecer o que de significativo está a acontecer ou já resultou de um projecto. Pode destinar-se a produzir uma noção do que está bem e do que está mal na actividade de um projecto ainda em curso de modo a tomar decisões quanto à sua (re)orientação. Pode destinar-se também a saber quais dos produtos ou práticas de um projecto em fase de conclusão merecem ser difundidos num dado sistema. De pouco serve realizarmos muitos projectos se não soubermos aprender com eles e usar esse conhecimento para melhorar o sistema educativo e promover o desenvolvimento dos actores nele envolvidos (alunos, professores, pais). Por tudo isto, apesar de pouco popular, a avaliação tem uma importância decisiva.

Precisamos então de saber o que avaliar. Na verdade, o objecto da avaliação deve ser o projecto, na sua globalidade. É importante considerar em que medida os seus objectivos foram (ou estão a ser) atingidos. Mas é também importante saber como é



que o projecto surgiu, em que contexto, para responder a que necessidade. E que intervenientes envolveu, que meios conseguiu reunir, que efeitos teve, tanto nos participantes como noutros actores, que conhecimentos, práticas ou materiais produziu? O projecto levantou novas questões, chamou a atenção para novos problemas, deu origem a novos projectos?

Tal como na avaliação da aprendizagem dos alunos, há duas modalidades fundamentais de avaliação dos projectos: a formativa e a sumativa. A avaliação formativa realiza-se em qualquer ponto do percurso e tem por objectivo verificar como as coisas estão a correr com vista a aperfeiçoá-las, se necessário. O seu papel mais importante é ajudar a equipa a saber onde está e como avançar. A avaliação sumativa corresponde ao balanço final que se faz sobre um projecto, inventariando a qualidade dos seus produtos e aprendizagens, a gestão que fez dos recursos disponíveis e o modo como foi enfrentando os problemas que lhe surgiram.

Em qualquer projecto, o mais importante são sempre as pessoas nele envolvidas. Adquirem-se saberes específicos nos domínios que correspondem à área de intervenção do projecto e adquirem-se também saberes sociais de animação, comunicação, gestão, como lidar com conflitos e constrangimentos, de definição de objectivos e de avaliação. Tudo isto constitui um importante capital cultural que, para ser devidamente evidenciado, exige um correcto trabalho de avaliação.

### **3.2 - Avaliar e medir**

Avaliar é muitas vezes encarado como sinónimo de medir. Na verdade, a medição é apenas um aspecto do processo de avaliação, e está longe de ser o aspecto mais importante. Uma avaliação é a construção de uma representação de um projecto, feita necessariamente por pessoas que têm os seus valores, as suas concepções, os seus interesses. Uma avaliação envolve sempre determinados fins, é feita num dado quadro conceptual e político, que determina quais as técnicas de recolha e de tratamento de dados que se devem utilizar e como interpretar os respectivos resultados.

Essas técnicas de recolha e tratamento de dados não são neutras. Elas têm sempre uma infinidade de pressupostos. As medidas realizadas, apresentando-se habitualmente como “objectivas”, “imparciais” e “rigorosas” escondem o carácter social do processo que conduziu à sua produção. Como foram definidos os critérios? Que objectivos podem ser bem medidos através dos instrumentos usados?

E não há outros objectivos que ficam ignorados? Que valores implícitos estão por detrás dos métodos de análise adoptados?

É preciso ter sempre bem presente que avaliar é antes de mais uma actividade social. Toda a avaliação é feita por actores e acaba por conduzir à elaboração de um produto que tem consequências directas e imediatas para os implicados no projecto e, por vezes, para muitas outras pessoas.

Nesta perspectiva, avaliar é sobretudo um problema de definição de fins e de determinação dos papéis dos diversos actores e só secundariamente é um problema de utilização de instrumentos de medida. Como diz Perrenoud (1990), a avaliação é muito mais uma actividade de natureza pragmática e relacional do que técnica ou científica. É uma actividade pragmática, porque a avaliação constitui um meio e não um fim em si mesmo. A sua finalidade é decidir, justificar, agir. É uma actividade relacional porque envolve uma interacção entre os intervenientes do projecto e, muitas vezes, actores externos ao próprio projecto, que são chamados a colaborar no processo avaliativo e que, em função disso, estabelecem complicadas interacções entre si.

Num processo de avaliação, é necessário que as medidas a realizar e, em geral, os dados a recolher, tenham um mínimo de credibilidade. Mas devemos ter bem presente que a recolha de dados e a produção de medidas “rigorosas” não se devem tornar fins em si mesmos, nem ocupar toda a atenção dos avaliadores, negligenciando outros aspectos tanto ou mais importantes do processo de avaliação. A verdade é que não há medidas absolutamente rigorosas e que o rigor a usar deve ser adequado ao objectivo da avaliação.

Toda a avaliação implica uma multiplicidade de questões. Ela é sempre relativa e depende dos objectivos visados e dos momentos em que se avalia. Avaliar com frieza e com isenção é difícil porque há sempre ganhos e perdas em qualquer projecto. Há sempre conflitos entre os intervenientes, umas vezes declarados, outras vezes escondidos, e é impossível a quem avalia manter total neutralidade neste emaranhado de situações.

Como também diz Perrenoud, o projecto inovador e o sistema são dois universos condenados a não se entenderem. As suas lógicas e interesses são inevitavelmente contraditórios. O trabalho de avaliação deve ter em conta os dois pontos de vista, mas deve sobretudo valorizar os projectos e os seus actores, dar a conhecer as suas realizações, as suas vivências e as suas dificuldades, e mostrar os obstáculos externos que impedem o seu pleno desenvolvimento.

É importante saber que a avaliação pode ser usada como uma arma para destruir uma inovação. As estratégias não faltam. Basta fixar objectivos demasiado ambiciosos para o projecto, ou alimentar ficções (dizendo, por exemplo, que os outros projectos vão muito bem e só este tem problemas), ou criar uma atmosfera ameaçadora, dizendo que a continuidade do trabalho depende da avaliação. Mas a avaliação também pode servir para ajudar os participantes do projecto a reconhecer a importância das suas realizações e ajudar à sua divulgação a todos aqueles a quem elas podem interessar.

### **3.3 - Quem participa na avaliação?**

A avaliação de um projecto tanto pode ser feita por uma pessoa ou equipa que não pertence ao projecto (avaliação externa) como pode ser levada a cabo pela própria equipa do projecto (avaliação interna). Estes dois tipos de avaliação são muito diferentes, servindo objectivos também diferentes. A avaliação externa destina-se, sobretudo, a julgar o valor de um projecto — tendo em vista, por exemplo, a eventual disseminação das suas práticas ou dos seus produtos. Pode também servir para proporcionar elementos que permitam às entidades que financiam ou apoiam o projecto decidir se este apoio deve continuar. A avaliação interna, pelo seu lado, destina-se sobretudo a permitir aos participantes do projecto um balanço do trabalho realizado, com vista à sua eventual melhoria, ou com vista a tirar lições para a realização de futuros projectos. A avaliação externa e interna podem ser realizadas em combinação, como démarches distintas mas inter-relacionadas. Neste caso, podem-se confrontar os pontos de vista de ambas as partes, sendo assim possível analisar as razões de eventuais desacordos.

A avaliação é cada vez mais o território de certos especialistas — os avaliadores profissionais. Para avaliar certos projectos, de grande complexidade, de grande dimensão, ou de grande importância social e política, é inevitável recorrer a estes avaliadores externos. Por vezes, uma avaliação externa de um projecto pode ser desejada pelos próprios participantes, que a vêem como uma oportunidade de reflexão ou de reorientação das suas actividades. Mas não é desejável que toda e qualquer avaliação seja necessariamente conduzida por especialistas. A avaliação pode tornar-se facilmente num mecanismo de opressão e de dominação dos que estão no fundo da escala hierárquica. Em última análise, avaliar é exercer um poder. Por isso, é importante que os próprios participantes dos projectos assumam esse papel, em vez de estarem cada vez mais sujeitos ao jogo de forças dos que já detêm

a grande fatia do poder (político, administrativo, financeiro, simbólico...). Mais do que uma actividade técnica, a avaliação corresponde a um exercício de profissionalismo e de cidadania que todos devem saber fazer, sendo por isso os primeiros avaliadores da sua própria acção.

A realização de uma avaliação interna pode ter implicações profundas na moral da equipa do projecto. Um processo bem conduzido reforça a identidade do grupo, aumenta a sua determinação nos objectivos propostos e proporciona um conhecimento mais aprofundado das forças e fraquezas existentes. Um processo mal conduzido pode levar à criação de fracturas dificilmente superáveis. A avaliação constitui assim um risco, uma vez que põe em jogo o próprio destino do projecto. Mas a não realização dessa avaliação pode ser um risco ainda maior, com consequências igualmente destrutivas, impedindo a equipa de se aperceber de problemas emergentes e da necessidade de reorientações importantes na vida do projecto.

Uma avaliação externa pode ser feita por muitas razões. Perrenoud indica algumas boas razões que podem ser invocadas para fazer este tipo de avaliação: (a) questões ligadas aos objectivos do projecto, como a preocupação em conhecer os resultados, (b) questões ligadas à gestão dos recursos, como a luta contra o esbanjamento, ou ainda (c) questões ligadas à definição do universo dos participantes, como a preocupação de equidade relativamente a todos os potenciais interessados em participar num dado processo. Mas também há as más razões: (d) para poder fingir que se fez uma avaliação, (e) por simples rotina burocrática, (f) para dar importância e trabalho aos avaliadores profissionais ou (g) para que o poder possa fingir que se sabe valorizar os bons projectos.

O mesmo se passa com a avaliação interna. Entre as boas razões para fazer este tipo de avaliação está, por exemplo: (a) o interesse em sabermos o que fazemos, (b) o desejo de elucidar o que é sucesso e insucesso, os impasses, o que resta fazer no projecto, (c) a vontade de responder a interpelações exteriores e ainda (d) a vontade de sistematizar documentação relevante de modo a salvaguardar a memória do projecto. Mas a avaliação interna também pode ser feita por más razões como (a) a hiper-racionalidade, que sobrevaloriza a avaliação, (b) para "acerto de contas" dentro de um projecto, (c) como meio de exercer o poder dentro de um projecto e (e) simplesmente por exibicionismo.

Tanto na avaliação externa como na avaliação interna é preciso saber muito bem quais as razões porque ela é levada à prática e garantir que essas razões não se modificam subrepticiamente com o decorrer do processo. E, se em muitos casos, a intervenção de avaliadores externos é indispensável, nos projectos realizados nas

escolas é fundamental que a parte decisiva do protagonismo da avaliação esteja nas mãos dos próprios participantes.

### 3.4 - Como avaliar?

A avaliação de um projecto passa pela definição dos respectivos objectivos (formativos ou sumativos) e pela realização de um plano de avaliação. É preciso atenção para que os objectivos sejam realistas e para que o plano não se torne muito “pesado”. Se não houver cuidado, o plano de avaliação pode tornar-se mais trabalhoso que a própria realização das actividades do projecto, o que é, evidentemente, um contra-senso. Uma avaliação pode assumir uma dimensão muito variável. Pode ocorrer numa única sessão de trabalho (por exemplo, numa reunião de balanço dedicada a este fim), ou pode ser um processo complexo com diversas etapas e intervenientes (envolvendo múltiplas reuniões, observações, a produção de documentos e a sua discussão, etc.).

A avaliação deve ter em conta os objectivos do projecto e os resultados por este obtidos. No entanto, há que ter cuidado, porque os objectivos muitas vezes evoluem com o próprio decorrer do projecto. Convém estar também atento a efeitos não previstos (positivos ou negativos) que se podem ter desenvolvido com o trabalho do projecto e que será importante considerar na avaliação. Os objectivos formulados correspondem a uma situação-problema pertinente e claramente identificada? O que foi efectivamente realizado? Quais os produtos do projecto? Que aprendizagens ou mudanças proporcionou o projecto? Quais os efeitos nos intervenientes directos? Quais os efeitos no meio onde o projecto se desenvolve?

A avaliação deve considerar igualmente o funcionamento do projecto. Foi definida uma boa estratégia? Tirou-se partido dos factores favoráveis? Os recursos usados foram adequados? O projecto desenvolveu-se com uma boa programação das respectivas actividades? O que se pode dizer acerca do modo como se organizou e trabalhou a equipa?

O plano da avaliação indica quais são os seus principais objectivos, que dados se irão recolher e de que modo se irão recolher, e como é que esses dados se irão usar com vista à realização do relatório final de avaliação (ver caixa).

Os instrumentos que se usam habitualmente na avaliação de um projecto educativo são de um modo geral semelhantes aos que se usam na investigação educacional: as entrevistas, os questionários, a observação e a análise documental.

Se o projecto disser directamente respeito à aprendizagem dos alunos, pode ser importante analisar o seu desempenho na realização de diversas tarefas.

***Exemplo 1 — Relatório de avaliação de um projecto***

1. Identificação - título, coordenador, equipa, consultores, instituição onde se realiza, programa em que se insere, data.
2. Objectivo e justificação - o que se pretende fazer no projecto; razões da necessidade do projecto; população-alvo; resultados esperados.
3. Fundamentação - o diagnóstico da situação (caracterização da situação-problema, das oportunidades, obstáculos e apoios para o projecto); as orientações que justificam a mudança (recomendações curriculares, resultados da investigação, resultados de experiências anteriores); a estratégia do projecto (métodos de trabalho, recursos a usar, calendarização, distribuição de tarefas).
4. Metodologia de actuação - acções previstas; intervenientes, locais e duração das acções; instrumentos a usar (tarefas, materiais); procedimentos de actuação; acções previstas de divulgação do projecto.
5. Metodologia de avaliação do projecto - instrumentos, procedimentos de recolha de dados e análise de dados (incluindo os instrumentos e procedimentos de avaliação dos alunos).
6. Actividade do projecto - actividades desenvolvidas; acções realizadas.
7. Resultados - descrição dos produtos obtidos; apresentação de dados qualitativos (frases dos participantes, registos de observação, etc.) ou quantitativos (gráficos, tabelas) relativamente ao trabalho do projecto e sua análise e interpretação; apresentação e discussão de resultados não previstos.
8. Gestão de recursos - financiamento obtido; sua utilização.
9. Conclusões e recomendações - principais conclusões e sugestões decorrentes do projecto.
10. Bibliografia - trabalhos e documentos referidos ao longo do projecto.
11. Anexos - documentos importantes para a compreensão do projecto e da metodologia de avaliação (quadros, estatísticas, guiões,...).

Uma entrevista envolve um diálogo entre duas (ou mais) pessoas, assumindo por isso um carácter eminentemente relacional. As entrevistas podem ser usadas para conhecer tanto aspectos de carácter factual como opiniões e pontos de vista dos

participantes. São habitualmente classificadas em estruturadas, semiestruturadas ou não estruturadas. Nas entrevistas estruturadas segue-se um conjunto de questões pré-determinadas, enquanto que nas não-estruturadas as questões surgem ao sabor das respostas do entrevistado e da imaginação do entrevistador.

Uma entrevista tem de ser bem preparada, elaborando-se o respectivo guião que, conforme o caso, será mais ou menos estruturado (ver caixa). A condução de uma entrevista envolve igualmente uma série de cuidados. É importante começar bem, estabelecendo uma boa relação com o entrevistado. Começar à pressa, por falta de tempo, pode deitar tudo a perder. Uma das principais qualidades de um entrevistador é saber ouvir. Outra qualidade importante é, naturalmente, colocar boas questões e pedir a expansão e clarificação das ideias do entrevistado. Há todo o interesse em seguir as questões do guião de forma flexível, privilegiando-se sobretudo o fluir do diálogo e a exploração de vias imprevistas.

***Exemplo 2 - Guião de Entrevista***

1. Percurso profissional

- Formação inicial
- Anos de serviço
- Escolas
- Momentos marcantes da carreira
- O que a/o levou a escolher esta profissão
- Aspectos positivos e negativos da profissão
- Sentimento actual: satisfação, desencanto,...

2. Posição face à Reforma Educativa

- Expectativas
- Desenvolvimento
- O que quer dizer reforma do ponto de vista do ensino da Matemática
- Aspectos positivos e negativos
- Dificuldades levantadas

3. Colaboração no Projecto

- Motivações
- Expectativas
- O que espera dos elementos do projecto
- Vantagens e desvantagens das tarefas de investigação, quer do ponto de vista dos alunos, quer do professor

*Guião de entrevista a professores usado no Projecto MPT (ver capítulo 5)*

As entrevistas podem ser gravadas e objecto de transcrição, mas deve ter-se presente que este procedimento implica muitas horas de trabalho. Uma alternativa é ir tirando apontamentos durante a própria entrevista. Depois de uma entrevista é importante registar de imediato as nossas impressões, tudo o que nos pareceu importante e que nos impressionou. Finalmente, é preciso estar atento a potenciais fontes de incompreensão e desinformação em entrevistas, que podem resultar de problemas de comunicação (termos usados pelo entrevistador que não são conhecidos do entrevistado e vice-versa), de perguntas mal feitas (que induzem o entrevistado a responder de uma maneira diferente do que seria a sua resposta noutras condições), ou, pura e simplesmente de uma má relação entre entrevistador e entrevistado que não leva este a procurar colaborar com o avaliador.

Um questionário, no fundo, constitui uma entrevista administrada por escrito a um grande número de informantes. Tal como nas entrevistas, é preciso grande cuidado com as questões que são propostas. Muitas vezes, as pessoas a quem o questionário é dirigido entendem as questões de modo diferente de quem o redigiu, e as respostas assim obtidas não proporcionam qualquer informação útil. Este problema é muito sério, porque na realidade os significados dos conceitos são sempre contextualizados pelas situações e num questionário este elemento perde-se irremediavelmente. Além disso, é muitas vezes difícil obter uma boa adesão a um questionário, cujo preenchimento surge, quase sempre, como uma actividade maçadora. Antes de se elaborar um questionário é preciso saber bem qual a sua finalidade. Um questionário pode conter questões abertas e questões fechadas, sendo preciso tomar uma série de decisões relativas ao conteúdo, à sua extensão, à natureza das questões, à formulação das questões, à sequência das questões.

Outra técnica de recolha de dados a usar na avaliação de projectos é a observação. Do mesmo modo que para as entrevistas, existem muitas modalidades de observação, que se situam num *continuum* entre a observação participante (o observador participa em algumas actividades do projecto) e a observação não participante (o observador limita-se a recolher dados). É evidente que a avaliação interna implica normalmente observação participante e a avaliação externa, na maior parte dos casos, não favorece este tipo de observação. As pessoas encarregadas da avaliação podem estar presentes em momentos significativos da vida escolar incluindo momentos de formação, aulas, actividades extra-lectivas, reuniões de trabalho e outras realizações.

A observação pode ser directa, caso em que o observador acompanha em tempo real os acontecimentos. Neste caso, ele vai tirando apontamentos, ou no decurso da própria acção ou logo depois de sair de cena. Os apontamentos e registos, por



**Exemplo 3 – Questionário**

Gostaríamos de saber a tua opinião sobre as actividades experimentais que realizaste ao longo do ano e cujos títulos indicamos a seguir:

- Act. 1 – Sólidos platónicos encaixados;
- Act. 2 – Formas e água num cubo;
- Act. 3 – Explorando o espaço tridimensional;
- Act. 4 – A chama da vela de aniversário;
- Act. 5 – Quadrados com fósforos.

Nas tuas respostas, procura ser tão completo e tão claro quanto possível.

Nome \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

1. Qual das actividades propostas gostaste mais de resolver? E qual a que menos te agradou? Porquê?
2. O que mais te entusiasmou neste tipo de trabalho? E o que menos gostaste? Porquê?
3. Que dificuldades sentiste? Precisavas de mais apoio? Em quê?
4. Achas que este tipo de actividades foi eficaz em termos da tua aprendizagem? Porquê?
5. Achas que as actividades propostas terão interesse para outros alunos que venham a frequentar o 10º ano? Será necessário melhorá-las? Que alterações sugeres?
6. Faz um breve comentário sobre o que gostaste mais e o que gostaste menos ao longo do ano em aulas de Matemática.

*Questionário proposto aos alunos no Projecto MPT  
após a realização de actividades de exploração e investigação (ver capítulo 5)*

sua vez, podem ser descritivos e puramente informais, ou seguir uma grelha pré-estabelecida, que contempla as dimensões de maior interesse para o observador (ver exemplos nas caixas seguintes e também na pág. 64). A observação pode ainda ser indirecta, apoiada na realização de registos audio ou vídeo, que são ouvidos ou visionados pelo avaliador já depois dos acontecimentos terem ocorrido. É em muitos casos vantajoso realizar observações directas e realizar ao mesmo tempo registos vídeo e audio para visionamento posterior.

**Exemplo 4 - Registo de uma aula**

Professora: Se desenharem duas rectas perpendiculares no plano, o plano fica dividido em quantas partes?

Alunos (em coro): Quatro.

Professora: E se agora no espaço eu fizer a intersecção com dois planos perpendiculares, em quantas partes fica dividido o espaço? No plano trabalho com rectas, no espaço trabalho com planos.

Aluno (hesitante): Um.

A professora pega num livro que está na mesa de uma aluna, mesmo à sua frente.  
Comenta: Espero que não tenha cá nenhuns segredos! (risos de alunos).

A professora abre o livro, colocando as duas partes em posição perpendicular e continua: Isto é a imaginação a funcionar. Cada uma destas partes (aponta com a mão livre) chama-se diedro (dirige-se para o quadro e desenha em perspectiva dois planos perpendiculares).

Aluno: Então, professora, fiquei sem perceber o que é um diedro.

Professora: Quem é que quer explicar ao Luís?

(Momento de hesitação por parte dos restantes alunos, ninguém toma a iniciativa.)

Professora: Explica tu, Isabel, eu acho que percebeste!

Registo realizado por Leonor Cunha Leal, 1998

*Projecto "O saber dos professores: Concepções e práticas"*

Finalmente, uma outra técnica a utilizar em complemento às anteriores é a análise documental. Documentação de natureza muito variada pode ser uma importante fonte de dados para a avaliação de um projecto. Essa documentação pode dizer respeito a dados preexistentes ou pode dizer respeito a dados que são recolhidos como parte do trabalho normal com os alunos e com outros colegas. Documentos potencialmente relevantes para apreciar serão materiais pedagógicos, materiais e planos de formação, planos de trabalho, recortes de jornais e outra documentação

**Exemplo 5 - Grelha de observação**

Aluno \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

- \_\_\_\_ 1. Gosta de realizar investigações
- \_\_\_\_ 2. Contribui com ideias para a resolução de investigações e trabalha cooperativamente com os outros no grupo
- \_\_\_\_ 3. Tenta compreender do que trata realmente uma investigação
- \_\_\_\_ 4. Evidencia perseverança na resolução de uma investigação
- \_\_\_\_ 5. Mostra flexibilidade — tenta diversas estratégias se necessário
- \_\_\_\_ 6. Organiza os dados pertinentes para a realização de uma investigação
- \_\_\_\_ 7. Enuncia com clareza as questões que procura investigar
- \_\_\_\_ 8. Formula conjecturas
- \_\_\_\_ 9. Testa as suas conjecturas e as dos outros
- \_\_\_\_ 10. Procura uma justificação para as suas conjecturas e as dos outros

*Grelha de observação dos alunos desenvolvida pelo Projecto MPT (ver capítulo 5)*

produzida no decurso da actividade normal do projecto. Os dados que se recolhem podem ser parte do trabalho da sala de aula. As possibilidades são infindáveis, incluindo testes com questões fechadas ou abertas, ensaios e diários escritos pelos alunos, cartazes, relatórios, etc. O processo usado para analisar o material deste tipo designa-se habitualmente por análise de conteúdo.

Nem sempre os dados obtidos por meios diferentes apontam na mesma direcção. Um conjunto de conclusões que se apoiam em dados provenientes de diversos instrumentos tem mais credibilidade do que se apoiar em dados provenientes de uma única fonte. A combinação de diferentes métodos de modo a confrontar os dados produzidos por cada um deles designa-se habitualmente por triangulação. Trata-se de uma estratégia bastante útil para aumentar a segurança das conclusões.

### 3.5 - A concluir

A avaliação deve ser uma das componentes de qualquer projecto desde o seu início. Devem ser estabelecidos os momentos em que a avaliação assume o papel principal, os objectivos com que será feita, e quem serão os respectivos intervenientes.

Como referimos atrás, a avaliação formativa de um projecto deve ser tarefa de todos os implicados, mas tem de ser preparada e dinamizada por alguns dos elementos da equipa. Em qualquer projecto é sempre necessária uma certa divisão do trabalho e isso implica que deve haver pessoas da equipa cuja função seja reunir informações e manter actualizada a memória do grupo, registando, gravando reuniões, mantendo os arquivos em ordem. A nossa capacidade de esquecer e de deformar os acontecimentos passados é muito grande, muito maior do que habitualmente estamos dispostos a reconhecer.

Embora a avaliação seja prioritariamente tarefa da equipa pode haver alguns membros com uma responsabilidade especial neste campo. Pode haver também pessoas que não pertencem ao projecto que o ajudem neste domínio. Na verdade, o isolamento não é um factor favorável ao desenvolvimento de um projecto. Pelo contrário, é positivo o intercâmbio e reflexão crítica com elementos exteriores e há toda a vantagem se isso se repercutir na avaliação do projecto.

Os relatos de experiências são sempre mais interessantes do que as sínteses. As dificuldades ensinam tanto como os resultados positivos. A avaliação de um projecto não deve ser vista como uma actividade formalizada baseada em instrumentos e procedimentos que demoram meses a desenvolver. O mais provável será descobrir depois que os instrumentos afinal deixavam de fora aspectos fundamentais da actividade do projecto e que os procedimentos não se aplicavam tão bem à situação como se tinha pensado. O que é importante é ser capaz de saber o que de fundamental está a acontecer, e de que modo a experiência do projecto pode ser útil para a sua continuação e para o desenvolvimento de novos projectos.



## **4 - MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA OS ALUNOS DO ENSINO ARTÍSTICO**

Este projecto surgiu na Escola António Arroio, em Lisboa, uma escola tradicionalmente vocacionada para o ensino artístico. O projecto teve a sua origem em 1993/94, ano de generalização da reforma curricular no ensino secundário. Quando a nova disciplina de Métodos Quantitativos ia ser introduzida nos currículos, em alternativa à disciplina de Matemática, um grupo de professoras previu um agravamento da situação de abandono e insucesso dos alunos, devido à inadequação do programa. Foi assim que essas professoras se dispuseram a construir e experimentar um programa alternativo que tivesse em conta a especificidade dos alunos a que se dirigia.

### **4.1 - O ponto de partida**

#### **4.1.1 - Ideia inicial**

A Escola António Arroio começou, em 1934, como Escola Industrial António Arroio, com cursos nas áreas de cerâmica, cantaria, cinzelagem, talha, desenho litográfico, labores femininos e de habilitação para o ingresso na Escola de Belas Artes. Hoje em dia é uma escola secundária com cursos do agrupamento II orientados para o prosseguimento de estudos e, sobretudo, com cursos orientados para a vida activa, nomeadamente de Comunicação Audiovisual, Comunicação Gráfica, Ourivesaria e Metais, Design Cerâmico, Design Têxtil e Design de Equipamento. Com a implementação da reforma, a Escola António Arroio conquistou o estatuto de Escola Especializada em Ensino Artístico e, com esse estatuto, alguma autonomia, nomeadamente na definição dos cursos que oferece, dos seus currículos e dos programas das disciplinas da componente técnica/artística.

A professora que veio a lançar a ideia do projecto tinha já trabalhado com alunos das áreas de artes noutras escolas, e foi o facto de ter gostado de trabalhar com eles que a levou a concorrer para a António Arroio em 1992. Mas tinha já ideia de fazer alguma coisa no sentido de os atrair para a Matemática.

Com a reforma e com a oferta de novos cursos por parte da escola, surgiu a ideia do projecto. Todas as professoras que vieram a participar se mostravam descontentes com a situação da Matemática na António Arroio: grandes taxas de insucesso e de abandono e um desprezo generalizado por parte dos artistas, professores e alunos. A perspectiva de uma disciplina nova, Métodos Quantitativos, para os alunos que não optassem por Matemática, trouxe algumas esperanças de vir a resolver o problema. Mas ao tomarem conhecimento do programa dessa disciplina, as professoras acharam-no completamente desadequado aos interesses, aptidões e necessidades dos alunos da escola.

***Uma situação problema***

Era de prever que os alunos que escolhessem a disciplina de Métodos Quantitativos fossem exactamente aqueles que não gostavam de Matemática, que tinham grandes dificuldades nesta disciplina, ou até, que nunca tivessem conseguido aproveitamento nela. Com um programa que tem grande incidência em temas como a Lógica ou o Cálculo, propostos de uma forma completamente abstracta e sem utilidade ou qualquer significado para estes alunos, e que não faz qualquer menção à Geometria, as perspectivas eram realmente de que a situação se agravasse, em vez de melhorar.

M<sup>a</sup> Pilar Mansos, Alice Pinto, Rita Bastos, Clara Pinheiro e Cristina Saporiti, 1994

*Educação & Matemática, Nº 30*

Perante estas perspectivas, algumas professoras resolveram intervir, propondo-se, por um lado, tentar compreender melhor a relação de professores e alunos com a Matemática, e por outro, construir um programa alternativo e inovador, a ser experimentado com os alunos. Havia uma forte convicção, por parte destas professoras, de que o ensino tradicional tinha originado naquela escola, geração após geração, concepções deturpadas acerca da Matemática e que isso podia ser modificado. Para tal, propunham-se mudar o ensino da Matemática, e definiram como aspectos principais a ter em conta:

- a inclusão de Geometria no programa de Métodos Quantitativos;
- a introdução de novas metodologias nas aulas, nomeadamente no que diz respeito às situações de aprendizagem (resolução de problemas e actividades

investigativas), à utilização de novas tecnologias e à criação de um laboratório de Matemática;

- as conexões da Matemática com outras áreas do saber, nomeadamente as Artes, e as conexões dentro da própria Matemática.

Um outro factor que contribuiu para o germinar da ideia foi o facto de nessa altura ter sido criado o Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, que se propunha incentivar e apoiar projectos de professores que englobassem uma componente de formação. De uma conversa informal de uma das professoras da escola com uma professora do Centro, a ideia começou a tomar forma e rapidamente evoluiu para a concretização da proposta de projecto.

#### 4.1.2 - Objectivos operacionais

Nos documentos de apresentação do projecto, o grande objectivo de construir um programa alternativo foi desdobrado em objectivos operacionais. Por ter várias vertentes, nomeadamente de desenvolvimento curricular e de formação das professoras envolvidas, e com vários níveis de intervenção, foram definidos os vários grupos de objectivos constantes do quadro seguinte. O primeiro grupo, referente aos alunos, é uma adaptação dos objectivos do programa oficial de Métodos Quantitativos. A equipa do projecto apenas acrescentou as frases em *itálico*. O segundo grupo de objectivos refere-se aos aspectos de desenvolvimento profissional das professoras da equipa do projecto. O terceiro conjunto prende-se com a necessidade sentida de implicar o resto do grupo disciplinar e os outros professores da escola na discussão do trabalho do projecto, por um lado para o enriquecer com os conhecimentos e experiências dos outros e, por outro lado, para o legitimar.

Como naquela altura estava a ser criado o Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática que apoiava este e outros projectos, achou-se que o trabalho a desenvolver mereceria divulgação junto destes, e poderia aproveitar com a troca de experiências com outras equipas. Também teve algum peso, nas intenções de divulgação, o facto de existir uma outra escola com as mesmas características desta, com a qual se pretendia colaborar no sentido de enriquecer o trabalho.

Estes objectivos foram definidos no documento de apresentação do projecto, elaborado pela equipa para apresentar ao Conselho Pedagógico da escola, ao Centro de Formação da APM que iria orientá-lo e, posteriormente, ao Conselho Coordenador da Formação Contínua para acreditação.



### **Objectivos<sup>1</sup>**

#### 1. Na perspectiva dos alunos

1.1. Desenvolver a capacidade de quantificar dados, *identificar e criar formas* para descrever, interpretar e intervir no real.

1.2. Aprofundar elementos de uma cultura científica, técnica, humanística e *artística* que constituem suporte cognitivo e metodológico, visando a inserção na realidade social e económica.

1.3. Promover a realização pessoal do aluno mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e de solidariedade.

1.4. *Desenvolver nos alunos o prazer de fazer Matemática.*

1.5. *Possibilitar a descoberta, por parte dos alunos, da estética da Matemática.*

#### 2. Na perspectiva da formação dos professores envolvidos

2.1. Promover o debate e intercâmbio de experiências numa perspectiva de inovação pedagógica.

2.2. Aprofundar conhecimentos e técnicas no domínio da Educação Matemática, nomeadamente no que respeita à utilização das novas tecnologias no ensino.

2.3. Procurar as melhores formas de implantar a Reforma para otimizar o sucesso (escolar e não só...) dos alunos.

#### 3. Na perspectiva da escola

3.1. Promover o intercâmbio com professores de outras disciplinas e em particular com os professores de artes plásticas, numa perspectiva interdisciplinar.

3.2. Promover a participação de outros professores do grupo nas acções de formação externa previstas para o projecto.

3.3. Promover no grupo o debate sobre o trabalho realizado pela equipa do projecto.

3.4. Contribuir para uma melhor qualidade do ensino na Escola.

#### 4. Numa perspectiva mais ampla

4.1. Promover o intercâmbio com outras equipas de professores envolvidas em projectos afins.

4.2. Divulgar e debater a experiência em encontros de professores.

---

<sup>1</sup> Todos os textos dentro das caixas que não estão referenciados foram extraídos do documento de apresentação do projecto.

### 4.1.3 - Fundamentação

Na introdução do documento de apresentação do projecto, a equipa fundamentou a necessidade de se criar uma alternativa para os alunos dos cursos de Arte, pelo facto de estes não terem sequer sido mencionados no programa nacional de Métodos Quantitativos. De facto, este documento refere muitas vezes os alunos das áreas humanísticas, mas nunca refere as áreas artísticas. É ainda citando este documento que as professoras argumentaram que “o programa de Métodos Quantitativos deve ser adaptado aos gostos e vocações dos alunos” e que “alguns deles (conteúdos) são completamente desadequados aos gostos e vocações dos alunos de Arte (Lógica e Números), sobretudo da forma como são apresentados, e faltam outros que são indispensáveis a estes alunos (Geometria)”.

A perspectiva de abandono e insucesso que estas professoras previram na disciplina de Métodos Quantitativos, se nada se fizesse relativamente ao programa, foi a razão que elas apontaram para intervir. Mas também indicaram a necessidade de aprender muito para conseguir levar a cabo os seus objectivos, e foi essa a razão da formação e dos objectivos definidos com essa perspectiva. As professoras tinham consciência dos seus limites, tanto no que diz respeito à formação que tinham tido como à sua experiência de ensino, e sabiam que iriam necessitar de muito trabalho para conseguir mostrar aos alunos “que a Matemática também tem a sua estética, também pode ser um desafio e também tem muita utilidade...”.

### 4.1.4 - Equipa do projecto

Inicialmente, pensou-se que a equipa do projecto viesse a ser constituída por todos os professores que estivessem a leccionar a disciplina de Métodos Quantitativos nesse ano de 1993/94, o que atrasou a primeira fase de planificação do trabalho, por estar dependente da distribuição de horários. Após a distribuição de horários e várias reuniões para elaborar o documento de apresentação do projecto, algumas das professoras que tinham Métodos Quantitativos acabaram por desistir de integrar a equipa enquanto outras se mostraram muito interessadas em participar.

A equipa acabou por se constituir, nesse ano, por cinco professoras, duas das quais leccionavam a disciplina. Uma dessas professoras, que veio a coordenar o projecto,

tinha cerca de 12 anos de serviço, já tinha participado noutras experiências inovadoras e trabalhava habitualmente com outros grupos de professores. As outras quatro professoras tinham idades e percursos diferentes no ensino: uma delas tinha acabado de ingressar na carreira sendo este o seu primeiro ano de serviço após o estágio, outra tinha 5 anos de serviço e era a delegada de grupo, e as outras duas tinham 16 e 17 anos de serviço<sup>2</sup>. Uma destas professoras e a delegada estavam nesta escola há já alguns anos e duas das outras tinham sido colocadas pela primeira vez na Escola António Arroio no ano do projecto.

#### 4.1.5 - Actividades previstas

Neste projecto, foram previstos vários tipos de actividades que a equipa designou por actividades de formação interna, de formação externa e de divulgação. Na primeira categoria estavam incluídas a maior parte das actividades desenvolvidas, nomeadamente leituras, recolha de dados, reuniões para discussão e construção do programa, planificação de aulas, construção de materiais para as aulas e para avaliação, apresentação e reflexão sobre os resultados das planificações e da implementação dos materiais, aulas partilhadas e discussão dessas aulas, e elaboração de relatórios trimestrais e finais.

##### ***Actividades de formação interna***

###### a) Actividades de pesquisa

- Leituras
- Reuniões com os Directores de Curso e com os outros professores de artes e tecnologias, para recolher informações que contribuam para adequar o programa de Métodos Quantitativos aos interesses dos alunos e às necessidades das suas futuras profissões; e para planificar trabalhos de projecto interdisciplinares que possam ter a participação desta disciplina.

###### b) Tratamento da informação

- Reuniões semanais da equipa.

###### c) Planificação

- Reuniões semanais.

###### d) Elaboração de materiais didácticos e instrumentos de avaliação

- Nas reuniões semanais e individualmente.

###### e) Actividades lectivas

- Aulas para experimentação da planificação e materiais elaborados para os temas

---

<sup>2</sup> A equipa acabou por ficar constituída pela coordenadora Rita Bastos, co-autora desta brochura, e as professoras Alice Pinto, Clara Pinheiro, Cristina Saporiti e Maria do Pilar Mansos. Esta última saiu da escola no ano seguinte, e em 96/97 juntou-se ao grupo a professora Cassilda Paz.

de Geometria, participadas por mais do que um elemento da equipa.

f) Avaliação do trabalho realizado

- Nas reuniões semanais, serão avaliados a planificação, os materiais didácticos e os instrumentos de avaliação, à medida que vão sendo experimentados. Nas reuniões para elaboração dos dois relatórios trimestrais e do relatório final far-se-á uma avaliação mais global do trabalho realizado. Para o relatório final, prevemos como instrumentos de avaliação, entrevistas com alunos envolvidos e com os Directores de Curso e registos de observação de aulas.

***Actividades de formação externa***

- Acções de formação por formadores fornecidos pelo Centro de Formação da APM:
  - Materiais para o Ensino da Geometria
  - *Software* para o ensino da Geometria
  - Calculadoras gráficas
  - Avaliação
  - Aplicações da Matemática à Arte e Design
- Reuniões com equipas de outros projectos que persigam o mesmo tipo de objectivos, ainda que fora do âmbito do Ensino Artístico, para troca de experiências e ideias.

***Actividades de divulgação***

- Artigos na revista Educação & Matemática.
- Comunicação no ProfMat94, e noutros encontros de professores.
- Divulgação dos resultados do projecto junto da Escola Secundária Soares dos Reis, do Porto, caso esta se mostre interessada.

As reuniões semanais adquiriram uma grande importância na troca de informação e experiências, na reflexão e na planificação do trabalho. As aulas partilhadas foram a forma que a equipa encontrou de fazer participar na experiência todas as professoras, quer tivessem ou não turmas de Métodos Quantitativos.

As actividades de formação externa eram acções de formação promovidas pela equipa do projecto e alargadas a todos os professores do grupo que estivessem interessados, e que resultaram de necessidades sentidas pelos professores para levar a cabo o projecto. O Centro de Formação da APM disponibilizou alguns formadores, outros foram contactados pela própria equipa, e as acções decorriam na escola, sendo quase sempre de um dia inteiro ou de meio dia.

<b>Calendarização, duração e participação nas actividades</b>			
<b>Actividade</b>	<b>Data prevista</b>	<b>Duração (horas)</b>	<b>Participação</b>
Reuniões semanais	Todas as quintas-feiras das 11.30 h às 13.00 h	80	Toda a equipa
Elaboração dos relatórios trimestrais e final	Dezembro de 1993	4	Toda a equipa
	Abril de 1994	4	
	Julho de 1994	7	
Acções de Formação Materiais para o Ensino da Geometria	Novembro de 1993	4	Toda a equipa e professores do grupo
Acção de Formação Software para o Ensino da Geometria	Janeiro de 1994	8	Toda a equipa e professores do grupo
Acção de Formação Calculadoras Gráficas	Abril de 1994	8	Toda a equipa e professores do grupo
Acção de Formação Avaliação	Novembro ou Dezembro de 1993	16	Toda a equipa e professores do grupo
Acção de Formação Aplicações da Matemática à Arte e Design	Fevereiro ou Março de 1994	16	Toda a equipa e professores do grupo
Reuniões com Directores de Curso e com outros professores	Outubro e Novembro de 1993	6	Cada elemento da equipa, individualmente no seu curso
Entrevistas com alunos e Directores de Curso	Junho de 1994	8	Cada elemento da equipa, individualmente no seu curso

Estava previsto que o projecto tivesse a duração de um ano lectivo e que no fim desse ano lectivo apresentasse como produto final, para além do respectivo relatório, uma proposta de programa para a disciplina.

#### 4.1.6 - Recursos materiais

Foi feito, logo de início, um levantamento deliberadamente pouco ambicioso dos recursos materiais necessários ao desenvolvimento do projecto.

##### ***Recursos materiais necessários***

###### Sala de aula com armário fechado

Parece-nos possível deslocar um grande número de aulas de Métodos Quantitativos para uma mesma sala (ou salas contíguas no caso de funcionarem simultaneamente), de modo a podermos guardar e utilizar materiais para o Ensino da Geometria, sem o incómodo de estar sempre a transportá-los.

###### Fotocópias

É desejável que possamos dispor de fotocópias para distribuir pelos alunos os materiais elaborados.

###### Materiais para construção de sólidos geométricos

Para além dos consumíveis que podemos pedir aos alunos - cartolinas, palhinhas, etc - seria bom dispor de sólidos em chapa acrílica que talvez possam ser construídos nas oficinas da escola. Há um outro material muito bom, disponível no mercado, o Polydron Matemática - conjuntos de triângulos, quadrados e pentágonos que se fixam uns aos outros para construir sólidos. Necessitamos de pelo menos 4 conjuntos, que gostaríamos que a escola adquirisse.

###### Calculadoras gráficas

O ideal seria que a escola as adquirisse. Se isso não for possível, podemos tentar obtê-las emprestadas pelos representantes ou pela APM.

###### Computadores e *software*

Os que forem instalados na escola para a disciplina de Informática, ou outros que possam vir a ser adquiridos.

Não tendo sido previsto qualquer tipo de financiamento por entidades exteriores à escola, apenas se indicou o que se considerou o mínimo essencial e tendo sempre em atenção as possibilidades existentes. Pensava-se, no entanto, como já ficou dito, criar um laboratório de Matemática, para o que se pediu uma sala com um armário fechado e algum outro equipamento. No que diz respeito à tecnologia, foi considerado possível utilizar calculadoras gráficas emprestadas e os computadores que estava previsto instalar na sala de informática.

É de assinalar que a decisão da equipa de levar para a frente o seu projecto nunca esteve dependente da existência de recursos materiais para além daqueles que já existiam na escola. De facto, de todos os itens constantes da relação apresentada, a escola só disponibilizou, nesse ano, as fotocópias. Só mais tarde, e devido ao reconhecimento que o projecto veio a ter, é que estas professoras conseguiram que fosse disponibilizada uma sala para o laboratório de Matemática.

#### 4.1.7 - Avaliação e divulgação

A avaliação do projecto foi prevista logo no início, como incluindo uma componente contínua mas informal, nas reuniões semanais, e uma componente mais formal nos relatórios trimestrais e finais a enviar ao Centro de Formação. Como parte desta avaliação foi previsto realizar inquéritos aos alunos no final do ano lectivo e recolher dados junto de outros professores.

Quanto à divulgação, foi previsto logo de início que a equipa faria uma apresentação no ProfMat 94 e que enviaria um artigo para a revista *Educação & Matemática*.

## 4.2 - O trabalho do projecto

### 4.2.1 - Actividade desenvolvida

De acordo com o programado, a equipa começou as suas actividades do primeiro período pela leitura e discussão de documentos que se consideraram fundamentais para o trabalho a realizar, pela apresentação do projecto e pedido de colaboração aos outros professores da escola, especialmente aos das áreas artísticas, e pelas entrevistas a alguns professores e alunos. Os documentos mais importantes, e que foram uma referência ao longo de todo o trabalho, foram as *Normas para o currículo e avaliação em Matemática Escolar* e a sua adenda *Geometria a partir de múltiplas perspectivas*, do NCTM e traduzidas pela APM, e o documento produzido no seminário de Vila Nova de Milfontes de 1988, *Renovação do currículo de Matemática*, da APM. A apresentação do projecto, em conjunto com o pedido de

colaboração, foi feita nas reuniões de Conselho Pedagógico e de Conselho de Turma que se realizaram para planificação da Área Escola e do Plano Anual de Escola. Nestas reuniões começaram a surgir as primeiras dificuldades, não tendo sido conseguida a colaboração pretendida. Em contrapartida, as entrevistas foram, para a equipa, muito positivas pois foram o mote para dar início a um processo de comunicação com alguns professores e alunos, e ajudaram a começar perceber os problemas que se colocam na sua relação com a Matemática.

#### **As entrevistas**

Fizemos algumas entrevistas, falámos com muita gente e apercebemo-nos que as concepções de Matemática predominantes eram completamente deturpadas: a Matemática que eles conheciam não tinha utilidade nenhuma, era só um conjunto de técnicas abstractas que serviam “apenas para torturar alunos” (expressão empregue por um professor de cerâmica).

M<sup>a</sup> Pilar Mansos, Alice Pinto, Rita Bastos, Clara Pinheiro e Cristina Saporiti, 1994  
*Educação & Matemática, Nº 30*

A planificação a longo prazo e das aulas, a elaboração de propostas de trabalho e instrumentos de avaliação, relatos da sua experimentação e reflexão conjunta sobre questões que surgiam, foram o grande investimento da equipa ao longo de todo o ano lectivo. Foi assim que foi sendo construído o programa, que só no fim do ano adquiriu a forma com que viria a ser divulgado, e que incluía um anexo com muitas propostas de trabalho para os alunos. Apesar da previsão inicial de que a equipa reunisse duas horas por semana para estas actividades, o tempo que lhes foi dedicado acabou por ser muito mais, já que se aproveitavam intervalos e encontros informais para confrontar experiências e opiniões.

As actividades de formação externa constituíram, para as professoras, oportunidades de tomar contacto com ideias novas ou aprofundar conhecimentos considerados necessários ao seu trabalho no projecto. Apesar de todas as acções de formação terem vindo ao encontro das expectativas das professoras, houve duas que foram especialmente importantes na medida em que originaram mudanças importantes nas suas práticas. Uma delas foi a acção sobre *Avaliação* e a outra sobre *Calculadoras Gráficas*. Foi aqui que ouviram falar, pela primeira vez, dos testes em duas fases, que passaram a integrar na sua prática, nas turmas do projecto e nalguns casos nas outras também.



**A avaliação**

Porque mudámos a forma de ensinar Matemática, tínhamos também que mudar a forma de avaliar a aprendizagem. Se privilegiámos os processos de raciocínio ao trabalharmos a resolução de problemas e as actividades de investigação, em vez dos exercícios de treino, não podíamos usar os testes tradicionais para avaliarmos os alunos. A avaliação teria que reflectir o mais fielmente possível a aprendizagem e, se possível, corrigi-la e promover novas aprendizagens. Foi assim que começámos a experimentar outros instrumentos de avaliação: as memórias descritivas e os testes em duas fases.

M<sup>a</sup> Pilar Mansos, Alice Pinto, Rita Bastos, Clara Pinheiro e Cristina Saporiti, 1994  
*Educação & Matemática, Nº 30*

Apesar de não terem tido tempo, nesse ano, de experimentar a utilização de calculadoras gráficas nas turmas de Métodos Quantitativos, as professoras do projecto começaram a utilizá-las nas aulas de Matemática logo no ano lectivo seguinte. Como o acesso à sala de computadores da escola se tornou complicado e talvez também devido à pouca prática com este instrumento, só uma das professoras passou a utilizá-lo esporadicamente nas suas aulas.

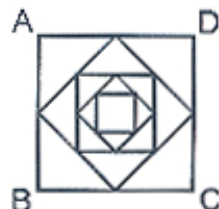
#### 4.2.2 - Um exemplo concreto

Apresenta-se aqui uma das propostas de trabalho que se revelou muito interessante, tanto pelo que permitiu trabalhar com os alunos, como por ter feito com que as professoras compreendessem algumas coisas relativamente a conceitos por eles adquiridos. Esta tarefa era a primeira que incidia sobre números racionais, mas já tinha havido outras em que se tinha trabalhado com sequências de números naturais, regularidades e a utilização da variável  $n$  para representar o termo geral descoberto pelos alunos, sempre com apoio em figuras geométricas.

A primeira coisa que as professoras perceberam, logo no início da actividade dos alunos, é que a área era, para a grande maioria, o resultado numérico de uma fórmula, mas que não tinha qualquer significado para eles. Poucos alunos chegavam à área do segundo quadrado por comparação directa com o primeiro. A área não era uma medida. Como não se lembravam qual era a fórmula da área do quadrado e, além disso, não lhes era dada a medida do lado, isto criou uma certa confusão.

*Investigando sobre somas*

1. Na figura ao lado podes observar o quadrado [ABCD]. Se unires os pontos médios dos lados deste quadrado, obténs um novo quadrado e, continuando este processo, vais obtendo novos quadrados.



Supondo que a medida da área do quadrado [ABCD] é 1,

1.1. Qual é a área do 2º quadrado? E do 3º? e do 9º?

1.2. Qual é a área do n-ésimo quadrado?

2.1. Utiliza a tua calculadora para calcular as seguintes somas:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} =$$

2.2. Se fosse possível calcular uma soma com um número infinito de parcelas da sequência da alínea anterior, qual seria o resultado?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \approx$$

2.3. Faz uma interpretação geométrica das somas das alíneas anteriores para verificares os resultados a que chegaste.

3. Utiliza o mesmo processo da questão 2 para completar as seguintes igualdades e verificar os resultados:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{4^n} + \dots =$$

Depois de terem discutido o conceito de área e terem sido expostos por alunos e professora vários processos para tirar conclusões sobre a área do segundo quadrado, uma surpresa para alguns alunos foi o facto de terem compreendido, pela primeira vez, que metade de metade é um quarto e que metade de um quarto é um oitavo! Só entenderam este facto porque “viram”, porque os números apareceram com significado, numa situação que eles compreenderam.

Para as professoras, a surpresa foi outra: na questão dois tinham optado por não pedir aos alunos a expressão do termo geral das somas, por lhes parecer muito difícil, mas a grande maioria respondeu à questão 2.2. com a expressão geral. Isto resultou do facto de as professoras estarem habituadas a que aquela expressão só se poderia deduzir se se soubesse a fórmula para a soma de  $n$  termos de uma progressão geométrica, mas naquele caso era fácil generalizar aquilo que se tinha observado. Por outro lado, o facto dos alunos confundirem a variável  $n$  com um número infinito, levou as professoras a pensar que tanto o conceito de variável como o conceito de infinito, ambos trabalhados já naquele ano e, supostamente, em anos anteriores, eram mais abstractos e levantavam mais dificuldades aos alunos do que se poderia prever.

A questão 2.3, em que se pedia aos alunos para fazerem a interpretação geométrica do facto daquelas somas tenderem para um, deu também origem a algumas discussões interessantes e novas oportunidades para os alunos darem significado aos números e operações e para os professores entenderem os processos de raciocínio dos alunos.

Depois de terem explorado esta ficha na aula, em pequenos grupos, foi pedido aos alunos que fizessem em casa uma memória descritiva desta actividade. A seguir apresenta-se um extracto da memória descritiva apresentada por uma das alunas.

Claro que a expressão não era exactamente aquela, porque nos denominadores a aluna não deveria ter empregue a variável  $n$ , mas  $2^n$ ,  $3^n$  e  $4^n$ , respectivamente. Mas a aluna compreendeu o essencial: foi capaz de observar, generalizar, interpretar geometricamente, e compreendeu o que era o limite de uma série.

Perante a análise que fizeram em conjunto das reacções dos alunos e dos trabalhos escritos, as professoras reformularam a tarefa e no ano seguinte já a propuseram aos novos alunos com algumas alterações.

**Memória descritiva**

2. No segundo exercício, verifiquei que nos resultados o denominador era igual ao da última parcela e o numerador é o denominador menos 1. Então isto quer dizer que no exercício a seguir o resultado seria  $\frac{n-1}{n}$ , o resultado seria cada vez mais aproximado de 1, visto que o número do denominador vai aumentando, e o numerador também, mas menos 1. O espaço que sobra vai ficando cada vez mais reduzidinho. Este desenho ajuda a compreender.



Se o quadrado grande valer 1, somando todos os bocados vai aproximar-se cada vez mais da unidade

Agora com o exercício 3



Neste caso o resultado vai aproximando-se cada vez mais da metade do quadrado

$$\frac{n-1}{2n}$$

E neste, o resultado vai aproximando-se cada vez mais de um terço do quadrado

$$\frac{n-1}{3n}$$



Se a base do denominador for 2, o resultado aproxima-se cada vez mais da unidade. Se for 3, aproxima-se da metade e se for 4, da terça parte.

Seja qual for o número da base do denominador, a unidade divide-se nesse número menos um.

Rita, aluna de Métodos Quantitativos, 10º ano, em 1993/94

### 4.2.3 - Dificuldades e desenvolvimentos inesperados

Logo no início, a equipa enviou uma carta ao Ministério da Educação, pedindo autorização para levar a cabo o projecto, já que isso implicava alterações ao programa oficial. Essa carta nunca teve resposta, e esse foi um dos factos que ajudou à decisão de algumas professoras de desistirem de participar. Durante o segundo período lectivo, realizou-se na escola uma reunião com o Núcleo de Ensino Artístico do Departamento do Ensino Secundário e alguns professores da escola que estavam a participar na elaboração de programas para as disciplinas de carácter tecnológico e artístico dos novos currículos oferecidos pela escola. Quando foi referido o projecto de programa de Métodos Quantitativos aos representantes do Núcleo de Ensino Artístico, estes não só se revelaram desconhecedores do projecto como manifestaram o seu receio de vir a ser instaurado um processo disciplinar às professoras envolvidas, por estas não estarem a cumprir o programa oficial. Numa segunda reunião, em Junho, os mesmos representantes trouxeram uma proposta de pagamento do programa de Métodos Quantitativos, à semelhança do que sucedia com os autores dos programas das outras disciplinas. Foi com surpresa e satisfação que as professoras do projecto tomaram conhecimento desta proposta, já que o Ministério nem se tinha dignado autorizar o projecto e agora lhes propunha o pagamento do seu trabalho! No ano seguinte, 1994/95, o Departamento do Ensino Secundário contratou o grupo do projecto como “equipa de programas de Matemática e Métodos Quantitativos para as Escolas António Arroio e Soares dos Reis”. Entretanto, e no âmbito da reformulação dos currículos destas duas escolas, a disciplina de Métodos Quantitativos passou a disciplina bienal e o grupo do projecto reformulou o programa proposto para dois anos, para entrar em vigor no ano lectivo 96/97.

Apesar do projecto estar inicialmente previsto para um ano, as professoras sentiram necessidade de continuar a trabalhar em conjunto na disciplina de Métodos Quantitativos. Têm continuado até agora a fazer as suas reuniões semanais, a construir e analisar materiais para as aulas e para avaliação, a reflectir sobre o seu trabalho nas aulas. No ano seguinte, 1994/95, conseguiram uma sala para o Laboratório de Matemática, que têm vindo a equipar. Neste momento as aulas de Matemática ou Métodos Quantitativos funcionam preferencialmente nessa sala ou nas salas contíguas. Em 1996/97 a equipa foi reforçada com a entrada de um novo elemento.

Um dos problemas que as professoras sentiram desde o início diz respeito à gestão do trabalho de grupo em sala de aula. Apesar de terem consciência que os grupos

não estavam a dar o melhor rendimento, não puderam debruçar-se sobre essa questão logo de início. Mas no ano de 96/97 procuraram a orientação de uma psicóloga do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e iniciaram uma experiência em que puseram em prática algumas ideias sobre as interações sociais na sala de aula. A experiência teve resultados bastante positivos, e as professoras sentem-se mais à vontade a gerir o trabalho de grupo.

O desenvolvimento de trabalhos de projecto com os alunos, que é uma das unidades programáticas do currículo proposto, tem-se revelado também difícil. No ano de 1997/98 as professoras conseguiram pela primeira vez conduzir até ao fim um trabalho deste tipo, ainda com muitas falhas que pensam vir a corrigir nos próximos anos.

O objectivo mais difícil do projecto tem sido a integração da Matemática e da Arte em colaboração com os professores das outras disciplinas. Apesar das boas intenções e dos esforços das professoras nesse sentido, esse é um aspecto em que ainda se sentem muito insatisfeitas.

#### 4.2.4 - Divulgação

A equipa começou por divulgar o seu trabalho na escola, como já foi mencionado, e tinha previsto algumas actividades de divulgação externa logo no seu documento de apresentação. Para surpresa das professoras, as solicitações que foram aparecendo para divulgar o projecto fora da escola foram muitas, o que levou a que estas acções tenham sido muitas mais do que se tinha pensado inicialmente.

A primeira apresentação formal do projecto, ainda em 1994, foi num seminário de projectos organizado pelo Centro de Formação da APM, logo seguida do artigo na Revista *Educação & Matemática* Nº 30<sup>3</sup>, em Junho, e da apresentação no ProfMat94, que decorreu em Novembro na cidade de Leiria. Depois disto seguiram-se muitas solicitações, que originaram uma crescente confiança das professoras no seu trabalho e conseqüentemente um maior empenho e determinação. Foi assim que o projecto, ou alguns aspectos com ele relacionados, foi apresentado em sessões promovidas pela APM, em Lisboa e na Covilhã, em aulas do 4º ano da Licenciatura em Ensino da Matemática e num curso de formação contínua de professores, ambas na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, num

---

<sup>3</sup> Mansos, M. P., Pinto, A., Bastos, R., Pinheiro, .C. e Saporiti, C. (1994). Métodos qunatitativos para o ensino artístico: Proposta de adaptação do programa. *Educação & Matemática*, Nº 30, pp. 3-6.

painel do 1º Forum *Matemática: que desafios?* que se realizou em Leiria, e no VI Seminário de Investigação em Educação Matemática da SPCE que teve lugar em Castelo de Vide, em Abril de 1997. Para além disto, a equipa elaborou dois relatórios trimestrais e um relatório final do projecto<sup>4</sup>.

#### 4.2.5. - Gestão de recursos

Como já se afirmou, o projecto realizou-se quase sem recursos materiais para além dos existentes na escola à disposição de todos os professores. Com alguma insistência foi conseguido um crédito de fotocópias bastante maior do que é habitual, mas nada mais. Só no segundo ano, depois do reconhecimento por parte do Departamento do Ensino Secundário, e da divulgação do projecto, foi disponibilizada uma sala com armário para o Laboratório de Matemática.

### 4.3 - O balanço final do projecto

#### 4.3.1 - A opinião dos alunos

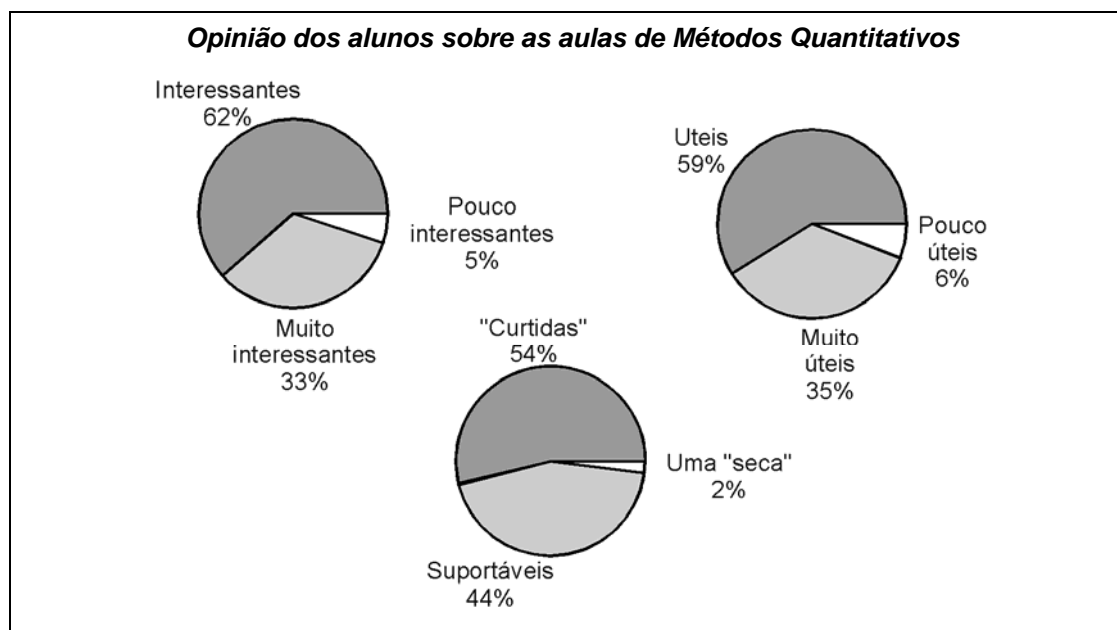
No fim do ano lectivo em que decorreu o projecto, os alunos responderam a um questionário. Havia a ideia de que estes alunos tinham um passado de insucesso a Matemática antes de ter ingressado na Escola António Arroio, por isso as primeiras questões eram para fazer o levantamento dessa situação. Os dados vieram confirmar as suspeitas: só 18% dos alunos não tinha nenhuma reprovação a Matemática, enquanto 35% já tinham 3 ou mais reprovações e 58% tinham reprovado no ano anterior à experiência.

O segundo grupo de questões dizia respeito à opinião dos alunos sobre as aulas de Métodos Quantitativos, no que se refere a aspectos de *utilidade*, *interesse* e *prazer*. Os resultados, que se apresentam a seguir, foram bastante positivos.

O terceiro grupo de questões dizia respeito aos instrumentos de avaliação. Só 3% dos alunos responderam que tinham sido piores que os testes tradicionais (e a justificação foi “porque dão mais trabalho”), tendo 66% respondido que os achavam melhores. As principais razões apresentadas para justificar esta opinião foram: *ter uma segunda oportunidade*, *corrigir os próprios erros*, *dar tempo para reflectir com mais calma* e *ajudar a compreender melhor*.

---

<sup>4</sup> Estes relatórios, bem como o documento de apresentação do projecto, e todos os materiais produzidos, encontram-se no Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, à disposição de quem os queira consultar.



Finalmente, o último item do questionário era de resposta aberta, para os alunos escreverem a sua opinião sobre a disciplina e darem sugestões para o futuro. A seguir apresentam-se alguns extractos destas respostas.

#### **Extractos das respostas dos alunos**

*É uma disciplina que amadurece bastante a capacidade de pensamento dos alunos. Ajuda bastante na resolução de diversos problemas com os quais nos podemos deparar no dia a dia. É um pouco diferente de Matemática na medida em que se tem de arranjar argumentos e de pesquisar bastante mais para se finalizar uma questão.*

*... Se as aulas fossem sempre assim, até que era porreiro.*

*Foi uma disciplina que desenvolve as capacidades de análise dos alunos em muitas matérias.*

*A disciplina obriga-nos a resolver algumas situações com método...*

*Com a disciplina descobrimos coisas muito interessantes, enfim brincámos com os números.*

*Foram aulas suaves e com pouco cheirinho a matemática. Com Matemática tive muitas negativas e com Métodos surpreendi-me.*



*Esta disciplina foi (...) a aprendizagem de coisas que nos vão ser úteis no futuro. (...) fez-nos pensar e saber aplicar os conhecimentos e não apenas sabê-los.*

*Deveria ter aparecido mais cedo. É uma disciplina muito bem pensada porque nos ajuda a entender melhor aquilo que deixámos para trás.*

*Esta disciplina foi para mim uma maneira de estudar Matemática de maneira mais fácil, mais sugestiva, mais interessante.*

*Foi uma disciplina 100 vezes melhor que a tradicional matemática.*

#### 4.3.2 - O balanço das professoras

No seu relatório final, as professoras referem alguns indicadores que, do seu ponto de vista, são sinais de sucesso. Um deles é a diminuição acentuada do abandono na disciplina, relativamente ao que existia antes da reforma na disciplina de Matemática. O outro é a taxa de aprovações, bastante elevada, que conseguiram nesse ano. Consideram, no entanto, que o tempo foi insuficiente para um trabalho mais consequente — só dispunham de *três aulas semanais, num ano lectivo particularmente agitado como foi este ... [para] promover alguns hábitos e métodos de trabalho, desenvolver capacidades de raciocínio e resolução de problemas e trabalhar alguns conceitos que consideramos importantes* (p. 5).

No que respeita à sua própria formação, as professoras consideraram este projecto como sendo a oportunidade de procurar alternativas, promover mudanças desejadas e combater inseguranças. E valorizam a reflexão que fizeram em conjunto sobre as suas práticas e observações, como tendo conduzido a mudanças significativas.

Quanto à intervenção na escola, o relatório deixa perceber um certo descontentamento por não ter sido conseguida a colaboração dos outros professores, ao mesmo tempo que aponta alguns sinais de terem obtido algum reconhecimento pelos outros actores da escola. Mas é notória também a determinação das professoras em continuar a tentar atingir os seus objectivos, e a consciência de que é preciso tempo para que se verifiquem as mudanças desejadas.

#### 4.3.3 - Comentários finais

Este trabalho constitui um projecto de desenvolvimento curricular que conseguiu bons resultados, alguns até inesperados, como já referimos. Do projecto surgiu um programa que é, neste momento o programa da disciplina bienal de Métodos Quantitativos das escolas António Arroio e Soares dos Reis. É convicção da equipa do projecto que se este programa resultou com os seus alunos, não é devido apenas ao programa em si, mas a todo o processo que esteve na sua origem e no seu desenvolvimento. Desde as convicções dos professores envolvidos, de que todos os alunos podem aprender Matemática, às suas concepções sobre a Matemática e o seu ensino, passando pela discussão que envolveu a escolha dos conteúdos e pela reflexão sobre as metodologias, passando também pelo envolvimento na construção dos materiais e pelo empenhamento em avaliá-los e melhorá-los, até à cultura de colaboração que se foi instituindo, todos estes são factores tão ou mais importantes do que um programa para o sucesso dos alunos.



## 5 - O PROJECTO MATEMÁTICA PARA TODOS

O projecto Matemática para Todos - investigações na sala de aula (Projecto MPT) nasceu em 1995 no Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Trata-se de um projecto de desenvolvimento curricular de carácter cooperativo. Nele trabalham professores dos ensinos básico, secundário e superior em torno de um tema central: a realização de tarefas de investigação na aula de Matemática.

### 5.1 - O ponto de partida

#### 5.1.1 - Investigar na aula de Matemática

A década de 80 foi marcada pelo surgimento de novas orientações para a Matemática escolar. Recomendou-se vivamente que o foco do trabalho deveria ser dado à resolução de problemas, ao mesmo tempo que se valorizava o uso de novas tecnologias, a utilidade e aplicabilidade da Matemática, os interesses dos alunos, os processos matemáticos como explorar, descrever, sistematizar, e também os objectivos ligados à generalização e à criatividade.

Retomando as perspectivas de George Pólya, fazia-se desde logo uma distinção fundamental entre “exercício” e “problema”. Em ambos os casos existe à partida uma questão bem definida. Mas, enquanto que um exercício tem um algoritmo ou método que permite rapidamente resolvê-lo, num problema não há um processo de resolução pré-determinado. O ponto capital da actividade de resolução de problemas residia exactamente na procura das melhores estratégias de resolução (as chamadas heurísticas).

Esta noção de problema foi sendo progressivamente enriquecida. Considerou-se importante não apresentar aos alunos apenas problemas já perfeitamente formulados em contextos muito precisos. Muitas vezes, o processo de resolução pode implicar a exploração do contexto para além do que surge no enunciado, a realização de formulações alternativas ou a interpretação e clarificação da questão inicialmente proposta. Surge assim a noção de “situação problemática”.

Uma perspectiva ainda mais ampla é dada por autores como John Mason e Alan Schoenfeld, que colocam como principal objectivo “pensar matematicamente”. Estes autores, partindo da resolução de problemas, valorizam todo um conjunto de processos característicos da actividade matemática como formular, testar e provar conjecturas, argumentar, e usar procedimentos de natureza metacognitiva.

Chegamos assim às actividades de exploração e de investigação matemática. Uma investigação é uma viagem até ao desconhecido. A ideia pode ser ilustrada pela metáfora geográfica de Susan Pirie: “o importante é explorar um aspecto da Matemática em todas as direcções. O objectivo é a viagem e não o destino”. Assim, na resolução de problemas tal como é entendida inicialmente, o objectivo é encontrar um caminho para atingir um ponto não imediatamente acessível. É um processo convergente. Numa investigação matemática, o objectivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida mas não se sabe qual será o ponto de chegada.

Em Portugal, e durante a última década, alguma atenção tem sido dispensada à resolução de problemas e, mais recentemente, à realização de actividades de investigação. É um tema que tem interessado diversos professores — que lhe querem dar expressão nas suas práticas lectivas — bem como alguns investigadores — que têm procurado estudar estas questões. Na verdade, torna-se necessário conhecer como trabalham os alunos neste tipo de actividades e como podem os professores inseri-las na dinâmica da sua aula. Torna-se, também, necessário produzir materiais que apoiem este tipo de trabalho. É precisamente o reconhecimento da grande importância que as actividades de investigação podem assumir na aprendizagem da Matemática, assim como o interesse em conhecer melhor os problemas que envolvem essa prática que levou ao nascimento do Projecto MPT.

### 6.1.2 - Objectivos do projecto

A introdução de aspectos inovadores de natureza curricular, sejam referentes a conteúdos ou a metodologias, implica um estudo aprofundado das várias questões relacionadas com a sua implementação. A integração de tarefas de investigação na sala de aula reclama claramente esse estudo, por implicar uma mudança dos papéis dos alunos e do professor, relativamente às práticas mais tradicionais. É necessário estudar as reacções dos alunos quando realizam essas tarefas, o papel do professor na sua condução, a dinâmica gerada na aula. Por um lado, a elaboração de boas propostas de investigação é absolutamente essencial. Por outro lado, para que a sua realização corresponda aos objectivos estabelecidos não basta uma cuidada

preparação — é preciso que o professor conheça as dificuldades que podem surgir na sala de aula e a forma de as enfrentar.

Assim, o projecto MPT definiu como seus principais objectivos a produção, experimentação, avaliação e divulgação de propostas para a sala de aula (ou outras situações de aprendizagem) que proporcionem aos alunos actividades de exploração e investigação envolvendo ideias e processos matemáticos. Estas propostas dirigem-se a alunos do 2º e 3º ciclos do ensino básico e do ensino secundário tendo como referência os temas dos programas de Matemática.

Os materiais produzidos pelo projecto incluem uma ficha de trabalho para os alunos na qual as tarefas são apresentadas e um guia de utilização para os professores com sugestões de natureza metodológica — *Notas para o professor* — contendo exemplos de afirmações, conjecturas e raciocínios dos alunos.

Muito embora estes objectivos relacionados com a produção e experimentação de tarefas se tenham mantido ao longo da vida do projecto, outros foram emergindo, sobretudo ligados a questões de investigação. Progressivamente foi-se dando maior atenção ao estudo de vários aspectos relacionados com a utilização sistemática de tarefas de investigação na aula de Matemática. O conhecimento profissional do professor associado à condução das aulas, as interacções aluno-professor e a evolução do desempenho dos alunos são exemplos de problemas que têm interessado alguns elementos do projecto. Também as possibilidades de integração deste tipo de tarefas nos actuais currículos portugueses tem merecido atenção.

Neste último ano será concluída a experimentação e avaliação dos materiais produzidos em anos anteriores. A vertente de investigação e a reflexão sobre o trabalho desenvolvido serão os aspectos que assumem maior relevo.

### 5.1.3- Equipa e organização do projecto

A equipa do projecto MPT é constituída por docentes do ensino superior e professores do ensino básico (2º e 3º ciclos) e secundário. Para uma melhor operacionalidade e para garantir uma abordagem mais sistemática dos grandes temas programáticos da disciplina de Matemática, os elementos do projecto organizaram-se em 3 subgrupos de acordo com esses temas: Funções e Gráficos, Geometria, Números e Regularidades. Cada um destes subgrupos inclui elementos dos vários níveis de ensino de modo a facilitar que a produção e experimentação dos materiais atenda aos vários níveis de escolaridade.

Apesar de o trabalho se desenvolver sobretudo ao nível dos subgrupos temáticos, a equipa do projecto efectua periodicamente reuniões gerais nas quais se trocam

informações sobre as actividades desenvolvidas, se discutem questões de interesse comum e se planeiam e decidem algumas orientações para o trabalho futuro.

Com o desenvolvimento do projecto formaram-se por vezes outros subgrupos para preparar um *poster* ou uma intervenção num encontro, ou para estudar de modo mais aprofundado novas questões.

De salientar ainda que a equipa recorreu algumas vezes a professores exteriores ao projecto. Estes professores têm colaborado principalmente na experimentação de algumas tarefas nas suas turmas, constituindo também um apoio fundamental para a reflexão e balanço das tarefas propostas.

## 5.2 - O trabalho do projecto

### 5.2.1. Produção de materiais

Uma das actividades a que o projecto mais se dedicou no seu início, foi a produção de propostas de investigação. Estas propostas surgiram de ideias que tiveram origem num problema conhecido, na exploração de um livro ou de um tema da Matemática... As propostas poderiam ser fruto da iniciativa individual de um elemento da equipa ou da discussão conjunta do subgrupo. Embora se considerasse que a ligação estreita com os conteúdos programáticos podia facilitar a integração curricular, esta não era condição necessária. O mais importante era que a tarefa suscitasse o envolvimento dos alunos em verdadeiros processos matemáticos, algo que também é valorizado pelos actuais programas.

Depois de produzida a primeira versão da tarefa, apresentada por um dos membros do subgrupo, esta era discutida nas reuniões de trabalho e, na maioria dos casos, reformulada de acordo com as várias sugestões feitas. Este processo repetia-se por duas ou três vezes até se chegar a uma versão consensual.

Esta versão era seguidamente experimentada na turma de um dos professores. Habitualmente, esta experimentação sugeria novas alterações. Também este processo foi de alguma forma cíclico, já que várias tarefas foram experimentadas mais do que uma vez. Em vários casos, uma versão preliminar das *Notas para o professor* foi também elaborada nesta fase. A proposta que a seguir se apresenta foi trabalhada pelo subgrupo de Geometria<sup>1</sup>.

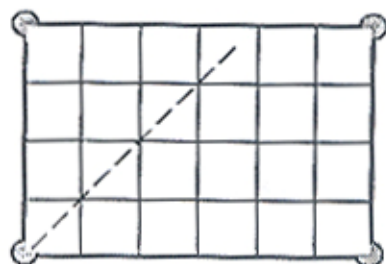
---

<sup>1</sup> Esta proposta foi adaptada do livro "Viva a Matemática", publicado pela Gradiva, muito embora se tenham encontrado mais tarde explorações semelhantes noutras fontes.



## Investigações sobre uma mesa de *snooker*

Esta é uma estranha mesa de *snooker*. Tem apenas quatro buracos (nos cantos da mesa) e o tampo está dividido num certo número de quadrados todos iguais.



Nota que a mesa é rectangular. Se tomarmos para unidade o lado de qualquer dos quadrados, podemos dizer que é uma mesa de dimensões  $6 \times 4$ .

Se (como indicado na figura) jogarmos a bola de um dos cantos, sem efeito e numa direcção que faz um ângulo de  $45^\circ$  com as tabelas:

- de que modo é que a bola vai atravessando os quadrados desenhados na mesa?
- quando a bola bate numa tabela que direcção torna?

Supondo que a bola não vai parar a não ser que caia num buraco:

- em qual dos buracos acabará a bola por cair?
- quantos quadrados é que a bola vai atravessar?
- quantas vezes vai a bola bater?

(Nota: conta como "batida" a entrada da bola num buraco)

Imagina agora que a mesa tem outras dimensões, por exemplo,  $9 \times 6$ ,  $8 \times 4$ ,  $5 \times 2$  ...

(Para fazeres as experiências que achares necessárias, convém que tenhas à mão papel quadriculado)

1. Quantos quadrados é que a bola atravessa?

2. Quantas vezes é que a bola bate?

Serás capaz de enunciar algumas leis a que este jogo obedece? Quer dizer: que relação tem a dimensão da mesa com aquilo que acontece à bola?

Por exemplo: se pensarmos no primeiro caso estudado, será que o número de quadrados que a bola atravessa tem alguma coisa a ver com os números 6 e 4?



Apesar de ter uma base fortemente geométrica, esta investigação pode também levar à identificação de regularidades numéricas. Esta questão era desconhecida de todos os membros do subgrupo e levou-os a envolverem-se na sua exploração durante algum tempo. Depois de terem chegado a alguns resultados, esta equipa elaborou a ficha tendo em vista os alunos do 9º ano. Na realidade, esta tarefa parece igualmente apropriada para alunos mais velhos e, inclusivamente para professores.

### 5.2.2 - Experimentação dos materiais

Um dos aspectos a que este projecto dá especial atenção é, como dissemos, a experimentação e aperfeiçoamento de materiais. Sempre que possível, as tarefas são realizadas em turmas de professores que fazem parte da equipa do projecto e observadas pelo menos por um outro membro da equipa. Por vezes as tarefas são também realizadas em turmas de outros professores. Para preservar o mais possível a informação proveniente da experimentação, cada elemento presente elabora um relatório que é discutido posteriormente com os colegas do subgrupo. Também em muitos casos as aulas são gravadas em vídeo e/ou audio de forma a ter acesso a mais informação e a permitir uma análise mais aprofundada.

#### ***Descobertas surpreendentes***

Num desse grupos foi feita uma descoberta surpreendente: o número de vezes que a bola bate nas tabelas é igual “à soma das dimensões, menos o m.d.c. entre as dimensões, a dividir pelo m.d.c.”. Fiquei muito surpresa com esta descoberta pois nós próprios levámos algum tempo a chegar a ela. Para confirmar as suas descobertas analisaram se a lei se aplicava a outras mesas e em todos os casos que tinham feito isso acontecia. As alunas explicaram-me oralmente a sua lei, mas tinham dificuldade em escrevê-la e por isso sugeri que utilizassem letras para as dimensões da mesa. (experimentador)...

...um grupo de quatro meninas descobriu, com relativa rapidez, a questão do m.m.c., mas depois, perante uma questão mais difícil (das batidas), estavam bloqueadas porque não lhes ocorria nenhuma ideia e, no entanto, não faziam um registo sistemático de exemplos sobre o qual poderiam depois pensar. Tive uma pequena conversa com elas, que eu próprio chamei na altura de “conversa estratégica”, sobre o que se pode fazer quando estamos sem qualquer ideia (conjectura). Começaram então a registar os dados e o trabalho evoluiu alguma coisa. (observador).

Extractos dos relatórios das aulas

Numa primeira fase do trabalho do projecto a experimentação de cada tarefa serviu essencialmente para analisar a sua adequação aos objectivos pretendidos. Em muitos casos, a experiência sugeriu algumas alterações e, numa ocasião, levou ao total abandono da proposta. Por outro lado, este trabalho forneceu informação bastante importante para a elaboração das *Notas para o professor*, indicando os pontos críticos da tarefa, eventuais dificuldades sentidas pelo professor e pelos alunos, e proporcionando algumas sugestões para as contornar.

Numa segunda fase, a experimentação foi especialmente útil para observar aspectos que não sendo específicos de determinada tarefa em particular, são inerentes ao processo de investigar na aula de Matemática. Este trabalho ajudou a construir um conhecimento mais aprofundado dos comportamentos e atitudes manifestados tanto pelos alunos como pelo professor na realização deste tipo de actividades.

### 5.2.3. Avaliação

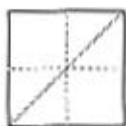
A avaliação do trabalho é feita em grande parte a partir da discussão das experiências realizadas. Habitualmente, essas discussões têm lugar na reunião seguinte do subgrupo e baseiam-se nas observações feitas pelos elementos presentes, nos relatórios elaborados e, em alguns casos, em registos audio e/ou vídeo.

A tarefa *Investigações sobre uma mesa de snooker*, acima apresentada, é já uma versão final que resulta de tal discussão. Um dos aspectos resultantes dessa análise é a introdução da última questão: "se pensarmos no primeiro caso estudado, será que o número de quadrados que a bola atravessa tem alguma coisa a ver com os números 6 e 4?". Esta questão foi introduzida depois de se perceber que muitos alunos não sabiam muito bem o que se pedia com as leis do jogo.

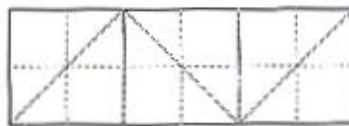
A avaliação das propostas produzidas, suas potencialidades e limitações, foi por vezes enriquecida com produções de alunos. Foi o caso de uma investigação de um aluno de 10º ano acerca da mesa de *snooker* que, pela sua originalidade e grau de aprofundamento, mereceu a atenção do subgrupo. O caso deste aluno, especial pelo desempenho nestas tarefas, é também interessante por não corresponder ao perfil do que tradicionalmente se considera um bom aluno. Isto reforça a ideia que a realização de investigações na aula de Matemática pode estar ao alcance de alunos de nível de desempenho muito diferente, não sendo de modo algum apenas reservada aos melhores alunos.

### ***Uma classificação original***

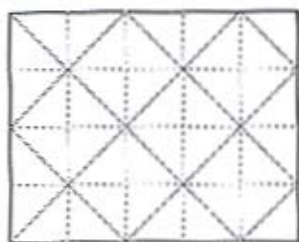
Para investigar o número de quadrados que a bola atravessa, o Gonçalo fez a seguinte classificação:



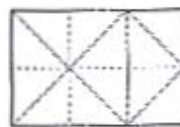
Caso quadrado



Caso monte



Caso vitral



Caso peixe

Pensando nas diferentes trajectórias possíveis e excluindo as mesas que são ampliações de outras (que o aluno indica como situações equivalentes) o caso quadrado corresponde a dimensões iguais, o caso monte à situação em que uma dimensão é múltipla da outra, o caso vitral corresponde a dimensões cujos valores são primos entre si. O caso peixe, que é apresentado como uma 4ª classificação, é no fundo um caso particular do anterior. Para cada uma destas situações, foi atribuída uma regra para encontrar o número de quadrados que a bola atravessa, quase todas correctas. O aluno não chegou à conclusão de que todas as situações se resolviam a partir do m.m.c. entre as dimensões, no entanto, resolveu a questão de outra forma sendo notória a sistematização que fez e a criatividade que demonstrou.

Comentário à investigação feita por um aluno do 10º ano

Nestas discussões surgem também aspectos gerais relacionados com a problemática das investigações e que foram mais uma vez observados na experiência em causa. Esses aspectos servem também para avaliar de uma forma mais globalizante o trabalho desenvolvido pelo projecto, as suas limitações e o rumo que ele pode tomar. Por exemplo, uma das dificuldades que a professora experimentadora sentiu neste caso foi conseguir que os seus alunos prosseguissem a investigação mantendo uma atitude persistente. Questões como esta indicaram a necessidade de seguir de uma forma mais sistemática o desempenho dos alunos de uma turma e compreender a sua evolução. Vários aspectos dessa discussão são depois utilizados nas sugestões metodológicas que são dirigidas ao professor, como se vê no excerto das sugestões referentes à Investigação sobre uma mesa de *snooker*.



### Investigações sobre uma mesa de *snooker*

Notas para o professor

Enquadramento curricular	Organização	Material necessário
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9º ano ou secundário</li> </ul> <p><b>Pré-requisitos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceitos de m.m.c. e de m.d.c.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalho em grupos de 3 ou 4 elementos;</li> <li>• Duração de duas aulas podendo a última incluir uma discussão sobre várias descobertas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Papel quadriculado;</li> <li>• Régua;</li> <li>• Calculadora.</li> </ul>

#### Notas sobre a resolução e o decorrer da actividade

As quatro questões iniciais, relativas à mesa  $6 \times 4$ , são um teste à compreensão da situação a estudar e os alunos não revelam dificuldades em resolvê-las. A verdadeira investigação começa com as questões 1 e 2, que levam o aluno a descobrir o que acontece numa mesa de quaisquer dimensões.

Algumas leis a que obedece este jogo:

Consideramos uma mesa de dimensões  $n \times m$ .

1. O número de quadrados que a bola atravessa é o m.m.c.( $n, m$ ).
2.
  - Se  $n$  é múltiplo de  $m$ , a bola bate  $n/m$  vezes nas tabelas;
  - Se  $n$  e  $m$  forem primos entre si, a bola bate  $n+m-1$  vezes;
  - Para quaisquer valores de  $n$  e  $m$ , a bola bate  $\frac{n+m}{D} - 1$  vezes, em que  $D = \text{m.d.c.}(n, m)$ .

O principal objectivo desta actividade, e simultaneamente, o que se torna mais difícil, é enunciar algumas leis do jogo, pelo que é de esperar que os alunos comecem por alguns casos particulares. Nesta fase, o melhor apoio ao aluno consiste em encontrar o equilíbrio entre esclarecer o mais possível as suas dúvidas sem, contudo, conduzir demasiado a sua investigação. Desta forma, o exemplo citado no último parágrafo da tarefa pode servir como um bom ponto de partida. Outro aspecto fundamental para que os grupos formulem e testem conjecturas, é insistir para que produzam vários exemplos de mesas, não se limitando aos casos apresentados na proposta.

Para investigar o número de vezes que a bola bate nas tabelas, pode ser útil sugerir aos alunos que vejam o que se passa em casos particulares, por exemplo, para mesas do tipo  $3 \times 6$ ,  $4 \times 8$ ,  $5 \times 15$ , .... É claro que a generalização apresentada é muito complicada para alunos deste nível, no entanto, ela pode ser apresentada e comentada num momento de discussão.

#### 5.2.4 - Actividades de investigação

O desenvolvimento da capacidade de pensar matematicamente ou, de um modo mais específico, de processos como formular, testar e provar conjecturas, não será certamente atingido a partir de um pequeno número de experiências investigativas isoladas. Deste modo, é necessário equacionar várias questões ligadas à sua integração curricular: qual deve ser o peso desta componente? quais as dificuldades que se levantam na sua implementação? como relacionar estas tarefas com os conteúdos programáticos? como deverá ser a avaliação?...

Por outro lado, a realização mais metódica de actividades de investigação coloca também questões sobre a aprendizagem dos alunos: qual é o progresso que manifestam relativamente a capacidades e raciocínios de ordem superior? como evoluem as suas concepções sobre a Matemática? que tipo de relação estabelecem com o conhecimento? que mudanças se efectuam nas relações com colegas e professor?

Finalmente, a realização de investigações na sala de aula levanta desafios relativamente ao desempenho do professor: de que forma encara estas tarefas? como as integra no currículo? que tipo de conhecimento usa na gestão da situação didáctica? que dificuldades sente no apoio aos alunos durante a investigação? como realiza a avaliação dos alunos?

São algumas destas questões que têm mobilizado a equipa do projecto na última fase de desenvolvimento deste. Assim, cinco membros de diferentes subgrupos do projecto iniciaram um estudo a partir da análise de situações de sala de aula durante a realização de actividades de investigação matemática. O seu principal objectivo é perceber o que acontece durante a realização deste tipo de tarefas, em especial no que se refere ao raciocínio dos alunos e à interacção aluno-professor. Este trabalho assenta na observação de aulas onde os alunos realizam uma actividade de investigação. Uma das tarefas estudadas é a Exploração com Números, produzida pelo subgrupo Números e Regularidades<sup>2</sup>.

A observação destas aulas é apoiada pela realização de registos audio e vídeo. Após a aula, os registos vídeo são visionados por um dos membros da equipa, que seleccionou para análise colectiva os episódios considerados mais significativos. Os episódios são sujeitos a uma transcrição, recorrendo-se igualmente ao registo audio realizado. Finalmente, é elaborada uma memória analítica de cada episódio,

---

<sup>2</sup> A partir de uma sugestão do livro da APM, *Renovação do currículo de Matemática*, publicado em 1988 pela APM.

procurando identificar e interpretar os aspectos mais decisivos quanto aos raciocínios dos alunos e às interacções verificadas.

**Explorações com números**

Procura descobrir relações entre os seguintes números:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...	...	...	...

Faz um registo das conclusões que fores obtendo.

Este subgrupo propôs-se estudar diversas questões (ver caixa). Os resultados deste trabalho sugerem que os alunos não têm muitas vezes a noção que o processo investigativo começa com questões e que é fundamental perguntar boas questões. Além disso, eles têm por vezes pouca percepção que é necessário justificar as suas conjecturas, ficando muito dependentes da validação do professor. Mas os alunos, muitas vezes, são capazes de surpreender pela positiva, tanto pelas suas conjecturas como pelos seus raciocínios. Aos professores cabe promover o processo comunicativo, reconhecendo o papel da linguagem não verbal, mas

**Questões do estudo**

- A. Padrões de raciocínio evidenciados pelos alunos na realização de investigações matemáticas - que dificuldades, estratégias, manifestações de criatividade, etc. se detectam nos alunos?
- B. Padrões de raciocínio evidenciados pelos professores na realização de actividades de investigação matemática pelos seus alunos - que dificuldades, estratégias, manifestações de criatividade, etc. se detectam nos professores?
- C. Relações entre o raciocínio didáctico do professor e o raciocínio matemático do aluno;
- D. Relações entre o papel do professor e o seu raciocínio didáctico – existem papéis do professor que favorecem a sua actividade de condução da realização de investigações matemáticas?
- E. Relações entre o papel do aluno e o seu raciocínio matemático – existem papéis do aluno que favorecem a sua actividade de investigação matemática?
- F. Relações entre os papéis do professor e do aluno – de que modo estes papéis se condicionam mutuamente?

tentando promover o uso adequado da linguagem matemática<sup>3</sup>.

Um outro estudo elaborado por três elementos da equipa do projecto fez um levantamento das questões problemáticas sobre as tarefas de investigação na aula de Matemática. Este trabalho foi construído a partir da análise de relatórios de aulas que haviam sido elaborados pelos professores e/ou observadores e constituiu o ponto central de discussão de uma reunião geral do projecto. Algumas das conclusões deste estudo<sup>4</sup> estão indicadas na caixa seguinte.

Também no seio dos subgrupos temáticos outros estudos foram encetados. No subgrupo de Geometria, procurou-se seguir com particular atenção uma turma de 9º ano cuja professora pertence à equipa do projecto. O objectivo era analisar a evolução dos alunos na realização de tarefas de natureza investigativa, ao longo de um período de tempo mais prolongado, e não tanto a sua reacção a uma ou outra experiência pontual e isolada. Para isso foram preparadas algumas tarefas de investigação em temas de Geometria, assim como de Funções. Como habitualmente, as respectivas aulas foram alvo de relatórios elaborados pela professora e pelo observador, sempre que este existiu. A evolução do desempenho dos alunos no trabalho investigativo foi discutida pelo grupo.

**Questões problemáticas na realização de tarefas de investigação**

Algumas atitudes que os alunos parecem manifestar durante a realização destas tarefas:

- alguma dependência em relação ao professor: acreditam em tudo o que vem dele e avançam passo a passo após a sua validação do trabalho realizado;

“Os alunos, talvez por verem um acetato apresentado pelo professor, aceitavam tudo o que se passava na história, sem apresentar a menor dúvida. Para eles o acetato era como uma correcção do trabalho”

“Os grupos, na sua maioria, logo que leram a tarefa chamavam a professora para lhes explicar o que era para fazer”

- alguma dependência também em relação ao que diz a tarefa; respondem alínea a alínea, como se fossem exercícios e experimentam apenas os exemplos sugeridos no enunciado:

“Os alunos vão lendo a ficha à medida que a vão resolvendo”

“Apenas num dos grupos os alunos fizeram experiências com números diferentes dos indicados na ficha”

---

<sup>3</sup> Uma discussão mais pormenorizada destes resultados foi apresentada numa conferência plenária do 49º encontro da CIEAEM - *Commission Internationale pour l'Étude et Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*, realizada em Setúbal, em Julho de 1997.

<sup>4</sup> Este estudo foi apresentado numa comunicação no *VIII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, realizado na Figueira da Foz, em Novembro de 1997.

Os resultados evidenciados ficaram aquém das expectativas da professora, sendo algumas das causas atribuídas a problemas de implementação, nomeadamente o facto não ter havido uma prática contínua em actividades de investigação. No entanto, outros aspectos se salientaram, como as dificuldades em trabalhar com alunos que têm concepções muito erradas relativamente à matemática, fruto de uma experiência anterior de um tipo de ensino focado na transmissão de conceitos e mecanização de procedimentos. Outros aspectos, particularmente de carácter social, como a existência de uma identidade ou de uma cultura de turma, mostraram-se relevantes num trabalho que é necessariamente desenvolvido em conjunto com colegas e professor.

***Desempenhos inesperados***

Posso dizer que as reacções mais positivas foram manifestadas pelos alunos que, apesar do seu interesse, têm habitualmente um aproveitamento não muito satisfatório. Parece-me que estes alunos se libertam mais facilmente dos procedimentos a que já estavam habituados, talvez por também não se sentirem confortáveis realizando esse trabalho. Os intitulados "bons alunos" não apreciam muito a insegurança inicial que a actividade de investigação lhes traz. Estão habituados a dominar o trabalho rotineiro e, por vezes, este acaba por dominá-los.

Extracto do relatório final da professora da turma

O programas reajustado do 10º ano dá uma maior valorização à realização de tarefas investigativas. Isto constituiu uma oportunidade para os subgrupos de Geometria e Funções elaborarem outros estudos. O subgrupo de Geometria procurou estudar a viabilidade de integração curricular destas tarefas. Foi planeada uma experimentação sistemática de um conjunto de seis tarefas (ver caixa) em algumas turmas, com o propósito de envolver outros professores neste tipo de trabalho e de aprofundar a discussão sobre a integração curricular das investigações. Foram convidados sete professores que estão a leccionar o 10º ano em diferentes escolas e que se mostraram disponíveis para trabalhar com o subgrupo.

Versões preliminares das tarefas a desenvolver foram criadas pelo subgrupo e discutidas com os professores cooperantes. Este processo deu origem a diversas reformulações. A experimentação nas várias turmas foi acompanhada, em muitos casos, por um elemento da equipa que funcionou como observador e que elaborou um relatório da aula, incluindo aspectos relativos quer à tarefa, quer à gestão da situação didáctica. Um relatório do mesmo tipo foi pedido ao professor nos casos em que não houve observador externo. Os relatórios das aulas e o balanço feito pelos professores cooperantes, foram usados para realizar uma discussão e reflexão sobre a problemática da integração das tarefas de investigação no currículo.



### ***Tarefas de Geometria***

#### Triângulos I

Não sendo propriamente uma proposta de investigação, tem como objectivo familiarizar os alunos com o *software* Geometer's Skechtpad, com especial atenção às suas potencialidades enquanto ferramenta de investigação. Pode ser usada no 3º ciclo ou secundário.

#### Triângulos II

Uma investigação envolvendo relações métricas de triângulos semelhantes, usando o Geometer's Skechtpad. Pode ser usada no 3º ciclo ou secundário.

#### Triângulos III

Uma extensão da proposta anterior. Embora o grau de dificuldade seja superior, esta investigação pode ser usada ainda no 3º ciclo ou secundário.

#### Poliedros

Uma investigação que pretende chegar à definição natural de poliedro regular partindo da analogia com a definição de polígono regular. Esta tarefa pode ser usada no 3º ciclo e no secundário.

#### Poliedros regulares

Uma investigação que tem como objectivo a descoberta e construção dos poliedros regulares existentes. Esta proposta contempla ainda um enquadramento histórico do problema através da análise e discussão da demonstração de Euclides. Esta tarefa destina-se sobretudo a alunos do secundário.

#### Cortes num cubo

Uma investigação sobre o tipo de polígonos possíveis de obter quando um plano de corte intersecta um cubo. Assim como a anterior, esta proposta destina-se sobretudo a alunos do secundário.

#### Sombras de um cubo

Uma investigação, também própria para o secundário, que relaciona a posição dum foco luminoso com a forma da sombra dum cubo originada por esse foco.

Desta discussão podemos salientar algumas conclusões. Por exemplo, evidenciam-se alguns aspectos problemáticos relacionados com os hábitos e as concepções dos alunos e que provocam dificuldades relacionadas com o próprio processo de investigar. São caso disso a dificuldade em trabalhar em grupo e com materiais diversos, a forte marca de um ensino em torno de tarefas repetitivas e a falta de persistência. Contudo, esta experiência mostrou também alguns indicadores positivos. Assim, o progressivo envolvimento dos alunos em tarefas de investigação parece desenvolver conhecimentos matemáticos e sobre a matemática, bem como uma atitude mais adequada à actividade de investigar.

O subgrupo de Funções usou uma metodologia algo semelhante, mas para o estudo de um problema diferente: o conhecimento profissional associado à condução de aulas onde se desenvolvem tarefas de investigação e/ou exploração. Também para este estudo foram contactados professores que se encontram a leccionar o 10º ano, sendo o trabalho empírico realizado exclusivamente no âmbito deste ano lectivo. No entanto, dado ser o professor o foco nesta investigação, o grupo pediu a colaboração a apenas três professores e centrou neles a recolha de dados.

Os trabalhos iniciaram-se com duas reuniões conjuntas entre toda a equipa e os três professores. Antes da experimentação da primeira tarefa entrevistou-se cada professor individualmente. Para cada tarefa foram consideradas três fases: preparação conjunta das aulas entre cada professor e uma sub-equipa, experimentação da tarefa na sala de aula com a observação de elementos do projecto, e realização de uma sessão de reflexão sobre as aulas assistidas. Todas as sessões de trabalho foram registadas em vídeo.

Entre as primeiras conclusões que emergem da análise dos dados registam-se:

- A visibilidade da relação directa entre os conceitos matemáticos presentes na tarefa e o programa é determinante para o reconhecimento do interesse das mesmas e consequente integração curricular;
- Considerando as três fases de desenvolvimento de uma tarefa de investigação – apresentação, desenvolvimento e discussão com toda a turma – é claramente a última que levanta maiores problemas ao professor. Saber explorar as intervenções dos alunos, geri-las de forma a manter o seu interesse e simultaneamente garantir que todos foram capazes de compreender a tarefa, foram as principais dificuldades apontadas;
- O tempo é factor predominante de perturbação para o desenvolvimento adequado que uma tarefa deste tipo exige. É devido à pressão do tempo que os professores acabam por ser mais directivos, e não por não saberem fazer de outro modo.

#### 5.2.5. Iniciativas de divulgação e de formação

Ao longo do tempo em que o projecto tem funcionado, todos os membros da sua equipa se têm envolvido em diversas acções de divulgação e de formação, tanto em encontros regionais e nacionais como internacionais.

O tipo de acção desenvolvida em cada momento reflecte um pouco as preocupações então vividas e o tipo de trabalho predominante. Assim, numa fase inicial, decorreram algumas comunicações de simples divulgação do projecto e, principalmente, sessões práticas onde se trabalharam e discutiram algumas tarefas realizadas pelos participantes, assim como outras já experimentadas pelos alunos. Os encontros nacionais e regionais realizados pela APM foram o local privilegiado para estas sessões.

Muito embora as acções de carácter mais prático tenham sido sempre realizadas ao longo do tempo, com o desenvolvimento e aprofundamento do trabalho, a equipa do projecto passou a realizar também outras sessões. São exemplo disso os cursos de dois dias que antecedem o ProfMat e que representaram uma oportunidade para promover um trabalho de maior equilíbrio entre uma vertente mais prática e outra de maior reflexão e discussão. Para além da própria actividade investigativa em que os participantes se envolveram nestes cursos, foram consideradas questões como a natureza das actividades de investigação na aula de Matemática, a sua pertinência, as dificuldades que levantam, e foram discutidos alguns exemplos de tarefas para alunos e respectivas respostas. A tarefa que a seguir se apresenta foi preparada para alunos do ensino secundário, sendo também apresentada a professores numa das acções realizada pelo subgrupo de Funções.

### ***Funções Polinomiais — Gráficos de $f(x)$ e $f(-x)$***

Nesta tarefa pretende-se que analises e compares os gráficos de  $f(x)$  e  $f(-x)$ , sendo  $f$  funções polinomiais até, pelo menos, ao quarto grau.

À medida que efectuas o estudo, esboça os gráficos que visualizas e não te esqueças de anotar as conclusões que vais retirando.

Sugestão: para encaminhar o teu trabalho, recomendamos que faças um estudo organizado e sequencial das funções:

- Começa pelas do primeiro grau:  $y = a$   
 $y = ax$   
 $y = ax + b$
- E depois, todas as outras...

Uma outra forma de divulgação usada pelo projecto, foi a publicação de alguns artigos, bem como de um livro — *Investigar para Aprender Matemática*<sup>5</sup> — com textos seleccionados de vários autores que se relacionam directa ou indirectamente com a temática do projecto.

Na sua primeira fase o projecto privilegiou a discussão sobre o alcance curricular das actividades de investigação e a produção e aperfeiçoamento de materiais. Numa segunda fase, estas actividades continuaram presentes, mas tornou-se mais saliente a vertente de investigação do projecto. Com o aprofundamento desta vertente, passaram a realizar-se com maior frequência comunicações e conferências que deram conta de alguns resultados desse trabalho. Estas sessões alargaram-se também a outros encontros, nomeadamente encontros internacionais.

A vida do projecto MPT coincidiu, no caso de alguns professores da equipa, com a produção de teses de mestrado. O interesse que desenvolveram em torno do tema central do projecto, as actividades de investigação na sala de aula, levou-os a trabalharem questões intimamente ligadas a este assunto<sup>6</sup>.

### 5.3 - O balanço do projecto

Neste momento, o projecto Matemática para Todos - investigações na sala de aula encontra-se ainda em curso. Não existe ainda, por isso, uma avaliação final do projecto. Contudo, algumas reflexões sobre o trabalho já produzido podem ser efectuadas, envolvendo não só a natureza dos materiais produzidos, mas também o significado e o alcance que este projecto teve para os vários professores e investigadores nele envolvidos e para a educação matemática em Portugal.

Relativamente aos participantes, o projecto assumiu uma importância muito significativa. Para vários professores o projecto constituiu uma oportunidade para desenvolver um trabalho regular de produção e aperfeiçoamento de tarefas para a aula e de reflexão sobre a sua realização. Constituiu também uma oportunidade para uma iniciação ao trabalho de investigação — formulando problemas, recolhendo e analisando dados, apresentando os resultados obtidos em encontros de professores

---

<sup>5</sup> *Investigar para Aprender Matemática: Textos seleccionados*, organizado por Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal e João Pedro da Ponte, publicado pelo projecto em edição conjunta com a Associação de Professores de Matemática.

<sup>6</sup> São exemplos disso as teses:

- *A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo*
- *O papel do professor na realização de actividades de investigação na aula de Matemática*
- *A gestão de tarefas investigativas na aula de Matemática e o desenvolvimento profissional do professor*
- *Actividades de investigação e calculadoras gráficas no estudo das Funções no 10º ano.*

e de investigação. Para os diversos investigadores que nele participaram o projecto foi também muito importante, em especial pelo contexto que proporcionou para aprofundar ideias sobre a natureza, o alcance e as condições de realização de actividades de investigação na aula de Matemática.

A riqueza da experiência pessoal dos participantes é evidenciada, por exemplo, pela forte adesão e disponibilidade que demonstraram ao longo do tempo, pela diversidade de actividades em que se envolveram (algumas delas não previstas inicialmente), pela quantidade e variedade de sessões de apresentação de resultados, divulgação e formação que realizaram em encontros no país e também no estrangeiro.

O projecto constituiu uma fonte importante de formação a vários níveis. As leituras e discussões, realizadas no seio da equipa, acerca da natureza das actividades de investigação em Matemática e sua pertinência no currículo, levaram à constituição de uma base teórica indispensável para a construção de tarefas, bem como para a sua implementação na sala de aula. A experimentação com os alunos, que alguns viveram como professores e outros como observadores, foi também fundamental para a construção de um conhecimento mais prático relativamente à sua realização. Esta vivência de situações de sala de aula nas quais se realizam investigações, bem como a reflexão e discussão efectuada posteriormente com os membros da equipa, colocou em evidência os aspectos problemáticos deste trabalho, mas sugeriu também algumas formas de lhes dar resposta. Podemos dizer que, em grande medida, foi a forte integração dos papéis de professor e investigador conseguida pelo projecto, que permitiu uma compreensão mais aprofundada de diversos aspectos inerentes ao trabalho investigativo em Matemática e, muito em especial, do conhecimento profissional relevante para a sua realização na sala de aula.

O projecto MPT publicou uma colectânea de textos, tem em fase de ultimate um conjunto de materiais curriculares, e estimulou a produção de numerosas comunicações, conferências, cursos, relatórios e teses. Deste modo, o projecto tem dado um contributo muito significativo para a valorização das actividades de investigação como algo essencial na experiência matemática dos alunos dos diversos níveis de ensino. Através das suas múltiplas actividades, ajudou a criar um interesse por parte de muitos professores por este tipo de tarefa e estimulou a surgimento de novas iniciativas e projectos ligados a este tema. Finalmente, não deixa de ser significativo que à crescente afirmação do projecto tenha vindo a corresponder, a nível curricular, um reconhecimento cada vez maior da importância das actividades de investigação, justamente valorizadas no reajustamento dos programas do ensino secundário de 1997<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> Ver Matemática: Programas 10º, 11º, e 12º anos, Ministério da Educação, Janeiro de 1997.

## 6 - UM LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA<sup>1</sup>

Este projecto foi desenvolvido na Escola Secundária de Camões, em Lisboa, entre 1995 e 1997. A par da criação de um Laboratório de Matemática e da elaboração de diversas tarefas para os alunos e respectiva realização na aula, o projecto envolveu igualmente uma vertente de formação, concretizada através de um círculo de estudos.

### 6.1 - O ponto de partida

#### 6.1.1 - Ideia inicial

A criação de espaços de trabalho onde os alunos possam realizar múltiplas actividades de aprendizagem é uma ideia com fortes tradições nesta escola, que já teve um Centro do Projecto MINERVA, a partir do qual criou um Centro de Recursos.

Os professores assumiram como sua preocupação central os fracos resultados na aprendizagem da Matemática. Considerando que para aprender e desenvolver o gosto por esta disciplina os alunos devem ter oportunidades para assumirem um papel de investigadores, os professores sentiram necessidade de dedicar a este fim um espaço próprio, com os seus materiais e equipamentos. Consideraram também importante reunir nesse espaço tarefas de aprendizagem apropriadas.

Os professores encaravam um Laboratório de Matemática como um centro de recursos próprio para o ensino-aprendizagem desta disciplina, constituindo um espaço facilitador de novas experiências, da utilização de novas tecnologias e da promoção de uma nova visão de aprender e fazer Matemática. Deste modo, o Laboratório envolve um espaço amplo, recursos diversificados e um plano de actividades anual, incluindo-se nesse plano o trabalho lectivo e extra-lectivo e os momentos de formação e troca de experiências entre os professores.

---

<sup>1</sup> Os elementos relativos a este projecto foram disponibilizados pela respectiva equipa.

A criação do Laboratório começou por fazer parte do plano geral de actividades do grupo de Matemática da escola no ano lectivo de 1995/96 (ao lado de diversas outras actividades). Dos cerca de 20 professores que constituem o grupo de Matemática, 6 manifestaram interesse em participar neste projecto.

Estes professores lançaram, no conselho pedagógico, uma proposta de reorganização geral dos espaços da escola. Algumas disciplinas têm na escola o seu espaço próprio, inquestionável, como a Física, a Química, a Biologia, a Geografia, a Informática, a Educação Física e outras disciplinas das áreas técnicas. A ideia era discutir a possível criação de novos espaços de cunho vincadamente disciplinar, para disciplinas como a Matemática, as línguas e a Filosofia. Esta proposta, no entanto, causou muita polémica. O conselho pedagógico concordou em atribuir ao projecto do Laboratório de Matemática um espaço amplo (mas localizado numa zona periférica da escola), e a discussão de uma possível reorganização global dos espaços ficou adiada para outra ocasião.

Uma primeira tentativa de conseguir apoio externo concretizou-se numa carta enviada ao Director Regional de Educação de Lisboa e ao Departamento do Ensino Secundário em Junho de 1995, onde se dava conta da intenção de criar um Laboratório de Matemática e onde se pedia “mobiliário, equipamento e apoio financeiro para reestruturação dos espaços”<sup>2</sup>. Esta carta não teve qualquer resposta, mas nem por isso os professores deixaram de continuar a apostar neste projecto.

### 6.1.2 - Objectivos

Numa primeira fase (no início do ano lectivo de 1995/96), o projecto de criação do Laboratório de Matemática surgiu com os seguintes objectivos:

- “(1) criar condições na escola para o ensino-aprendizagem da Matemática;
- (2) contribuir para alterar a situação de má relação de tantos alunos com a disciplina e para desenvolver o gosto pela Matemática;
- (3) criar condições que motivem os professores e facilitem a experiência e a formação, nomeadamente na área das tecnologias.”

Na Primavera do ano seguinte (1996), o projecto, com a designação “Experimentar e Descobrir a Matemática”, apresentou-se a um concurso para obter apoio financeiro do Instituto de Inovação Educacional, tendo sido formulados os objectivos:

---

<sup>2</sup> Todas as frases entre “ “ são retiradas dos relatórios ou outros materiais produzidos pelo projecto.

- “(1) desenvolver [nos alunos] o gosto pela Matemática;
- (2) reflectir sobre as potencialidades da actividade experimental e/ou investigativa no processo de ensino-aprendizagem da Matemática;
- (3) reflectir sobre as potencialidades das tecnologias, nomeadamente a calculadora gráfica e o computador no ensino da Matemática.”

É interessante notar a diferença de orientação e de natureza dos objectivos formulados em cada um destes momentos do projecto. O primeiro grupo de objectivos remete principalmente para a criação de melhores condições de trabalho, referindo-se também de uma forma de algum modo ainda vaga ao desejo de contribuir para alterar a relação dos alunos com a Matemática. O segundo grupo de objectivos tem um carácter muito mais preciso, referindo-se a atitudes que se pretende promover nos alunos e a actividades que se pretende realizar com os professores.

### 6.1.3 - Fundamentação

Os professores envolvidos, na proposta que apresentaram ao Instituto de Inovação Educacional, justificam o projecto com base nas perspectivas, que consideram inovadoras, dos novos programas do ensino secundário introduzidos em 1991, “nomeadamente no que respeita às metodologias de trabalho, à relação da Matemática com a realidade, à utilização de instrumentos (calculadora e computador) e à abordagem menos formal dos conteúdos”.

Os professores indicam a necessidade do projecto dado o facto da Matemática continuar a mostrar-se como uma disciplina extremamente difícil, só acessível a alguns alunos, e fonte geradora de insucesso escolar. Pretendiam, assim, criar condições para proporcionar outro tipo de experiências matemáticas aos seus alunos, mostrando-lhes uma versão que consideram mais verdadeira da Matemática, ou seja, “como um domínio em mudança e em evolução, uma ciência exploratória, útil, bela, indispensável, presente e que todos deverão ter oportunidade de encontrar.”

No entender dos proponentes, “o professor deve implicar os alunos numa série de actividades que os levem a explorar, a formular conjecturas, a observar e a descobrir. Como tal surge a necessidade de seleccionar, adaptar e criar



propostas de actividades e materiais que estimulem os alunos na capacidade de resolver problemas, de raciocinar e de comunicar.”

#### 6.1.4 - Equipa do projecto

A equipa do projecto era inicialmente constituída por seis professores da Escola Secundária de Camões. Um dos membros da equipa tinha uma larga experiência de participação no Projecto MINERVA, um projecto visando a introdução das novas tecnologias no sistema educativo em Portugal, que funcionou entre 1985 e 1994. Outro dos membros da equipa estava prestes a concluir o grau de mestre em Educação, na área da avaliação educativa. Diversos membros da equipa tinham também já tido experiência de participação em projectos educativos, nomeadamente os projectos “Gráficas no Ensino da Matemática” e “Métodos Quantitativos para os Alunos do Ensino artístico”, desenvolvidos no âmbito do Centro de Formação da APM. Todos os professores tinham alguma experiência na utilização do computador.

Já depois do projecto ter iniciado a sua actividade a equipa foi reforçada com mais uma professora, entretanto colocada na escola, e que decidiu aderir ao projecto<sup>3</sup>.

A equipa propunha-se reunir regularmente de duas em duas semanas, distribuindo trabalho entre os seus diversos membros, elaborando propostas de tarefas a apresentar aos alunos e reflectindo sobre o desenvolvimento do projecto.

#### 6.1.5 - Actividades previstas

Na primeira fase, foram dados os passos fundamentais para a criação do Laboratório. Considerou-se importante sensibilizar a escola para a existência deste espaço e encontrar formas de funcionamento que permitissem que diversas turmas tivessem aulas de Matemática em simultâneo, podendo usufruir dos recursos existentes. Tornava-se igualmente necessário formar os professores do grupo para a utilização dos novos recursos, em especial, as novas tecnologias, organizar os recursos já existentes e adquirir novo material. Com este propósito foram programadas diversas acções (ver caixa seguinte).

---

<sup>3</sup> A equipa ficou assim constituída por Ana Rita Fernandes, Ilda Álvaro, Manuel Joaquim Segismundo, Maria Adelina Precatado, Maria da Conceição Sousa, Maria da Paz Martins e Maria do Pilar Mansos.

### **Actividades do projecto (1ª fase)<sup>4</sup>**

- Integração do plano do grupo no plano de actividades da escola (já aprovado em Conselho Pedagógico, no início do ano lectivo).
- Organização dos poucos recursos existentes e criação de alguns novos recursos, numa pequena sala que o grupo dispõe, no sentido da preparação gradual do Laboratório.
- Organização da acção “*A Caminho do Laboratório de Matemática*”, uma semana, onde, sob o tema Geometria, se pretende, através de um conjunto de actividades e desafios, dirigidos a alunos e professores, sensibilizar para a ideia da criação do Laboratório de Matemática e também apresentar uma visão diferente da Matemática. Esta acção possibilitará a resolução de problemas, a construção, a experimentação e certamente a descoberta por parte de alguns alunos e professores de aspectos desconhecidos da Matemática. Esta acção está já a ser preparada e realiza-se na semana de 3 a 8 de Abril.
- Organização de acções de formação para os professores do grupo, nomeadamente as seguintes:
  - “*Calculadoras Gráficas e Aplicações da Matemática*” - uma sessão a realizar no dia 8 de Março;
  - “*O Computador no Ensino da Matemática*” - exploração dos programas Graphic Calculus, Derive e Cabri. Serão realizadas várias sessões, de acordo com a disponibilidade dos professores.

Na 2ª fase foi atribuído ao Laboratório de Matemática um espaço amplo num edifício periférico, sendo progressivamente completado com os recursos e materiais necessários ao seu funcionamento. Contando com duas salas, foi prevista a utilização de dois espaços complementares — um espaço destinado a actividades lectivas (“a sala de aula”) e um espaço destinado a actividades extra-lectivas (“extra-aula”). Na sala de aula, o projecto seria desenvolvido com turmas do 10º ano. No espaço extra-aula, poderiam trabalhar alunos de quaisquer anos do ensino secundário, desenvolvendo actividades do seu interesse.

A ideia dos professores era que as actividades se deveriam dirigir a todos os alunos, tivessem ou não boa relação com a Matemática. Com os alunos, a metodologia de trabalho a usar seria preferencialmente o trabalho de grupo. As tarefas a apresentar deveriam ter como base situações do mundo real ou da própria Matemática, valorizando-se a vertente experimental e investigativa e explorando as potencialidades das novas tecnologias. Os temas a abordar eram

<sup>4</sup> Plano de Actividades do 1º Grupo de 1995/96.

a Geometria e as Funções. Para avaliar as aprendizagens, a equipa do projecto pretendia também construir instrumentos alternativos aos tradicionais testes escritos.

No âmbito do projecto previa-se ainda a realização de actividades dirigidas a todos os alunos e professores da escola, sob a forma de “desafios”, tendo como objectivo desenvolver o gosto pela Matemática e promover uma imagem positiva desta disciplina. Entre estas actividades contava-se a realização de um concurso de problemas e a realização de actividades de natureza lúdica no computador.

Previa-se o envolvimento de 3 turmas do 10º ano e de 4 grupos com 6 a 10 alunos dos diversos anos do ensino secundário. A calendarização prevista para esta fase vem indicada na caixa seguinte. Todas as actividades foram efectuadas de acordo com o previsto.

***Calendarização das actividades do projecto (2ª fase)***

1º Período

- Pesquisa e elaboração das propostas de trabalho a apresentar aos alunos:
- Aplicação, na aula, das actividades de Geometria
- Início das actividades extra-aula

2º Período

- Balanço do trabalho realizado no 1º período;
- Continuação da aplicação, na aula, das actividades de Geometria;
- Continuação das actividades extra-aula;
- Desafios - concurso de problemas

3º Período

- Aplicação, na aula, das actividades sobre funções;
- Continuação das actividades extra-aula;
- Balanço/Avaliação
- Elaboração do relatório final

A formação realizada era destinada aos professores da equipa do projecto e também aos outros professores do grupo. A ideia de organização de um círculo de estudos surgiu naturalmente, dada a necessidade que alguns professores tinham de contabilizar créditos para progressão na carreira.

### 6.1.6 - Recursos materiais

O projecto contava à partida com uma sala para o desenvolvimento de actividades extra-curriculares e com um novo espaço destinado ao Laboratório de Matemática. Era ainda possível usar a sala do Centro de Recursos para a realização de algumas actividades envolvendo computadores.

As necessidades mais prementes detectadas pelos professores consistiam em calculadoras gráficas e *viewscreens* que possibilitassem o trabalho de grupo dos alunos. Outros recursos considerados necessários eram computadores, *software* educativo adicional, materiais manipuláveis (incluindo *polydrons*, sólidos em acrílico e matérias primas para a construção de novos materiais), bibliografia relacionada com a temática do projecto, tanto para os professores, como para os alunos, e material de papelaria, nomeadamente para a construção de sólidos (ver caixa seguinte). De salientar a preocupação que o Laboratório de Matemática viesse a dispor de um conjunto significativo de livros e revistas para serem consultadas por alunos e professores. Para satisfazer estas necessidades foi pedido (no fim do ano lectivo de 1995/96) o apoio financeiro do IIE, no montante de 750 contos<sup>5</sup>.

### 6.1.7 - Avaliação e divulgação

O projecto previa a sua apresentação inicial à escola através do Conselho Pedagógico, dos professores do grupo de Matemática e de cartazes convidando os alunos a participar no espaço extra-aula. Previam-se igualmente outras acções dirigidas à escola, como concursos.

#### ***Material necessário ao arranque do Laboratório de Matemática***<sup>6</sup>

##### MOBILIÁRIO

- Mesas e cadeiras normais para 25 alunos;
- 6 armários grandes, com partes abertas e outras fechadas e se possível algumas portas de vidro;
- Mesas adequadas para a colocação dos computadores;
- Mesa para retroprojector.

*(Continua na pág. seguinte)*

---

<sup>5</sup> Mais tarde viriam a ser pedidos outros apoios financeiros, nomeadamente ao programa Ciência Viva do Ministério da Ciência e Tecnologia.

<sup>6</sup> Lista de material constante no Plano de Actividades do 1º Grupo de 1995/96.

#### EQUIPAMENTO

- 1 quadro branco + 1 quadro quadriculado, 1 retroprojector;
- 10 computadores, 3 impressoras, 1 *datashow*;
- 1 computador portátil e 1 *datashow*;
- calculadoras gráficas (60 TI-80; 5 TI-82; 2 TI-82 para retroprojector; 2 TI-92; 2 *viewscreen* TI-92);
- Programas de computador (Cabri I, Derive, Funções, Mathematica, Soft-Ciências).

#### MATERIAL DIDÁCTICO E OUTROS MATERIAIS

- Material para o estudo da geometria no plano e no espaço (sólidos de diversos materiais, placas, palhinhas, acrílicos, cubos, pentaminós, materiais para pavimentações, compassos, réguas, transferidores...);
- Jogos didácticos diversos;
- Material organizado com informação, incluindo materiais construídos pelos professores.

#### MATERIAL DE CONSUMO

- Dossiers, cartolinas, marcadores, disquetes, etc.

#### LIVROS E REVISTAS

- Revistas: *Educação & Matemática* (APM), *Boletim* (SPM), *Mathematics Teacher* (NCTM), *Jornal da Matemática Elementar* e *Galeria dos Matemáticos* (JME);
- Livros de Didáctica: *Geometria em Múltiplas Perspectivas* (APM), *Normas Profissionais* (APM);
- Livros com propostas de actividades: *Matemáticas 1, 2 e 3*, M. de Guzman; *Desafios 1, 2, 3 e 4* (Afrontamento); Coleção "O Prazer da Matemática" (Gradiva); Coleção "Viva a Matemática" (Gradiva Júnior), *Problemas Matemáticos - Ciência Aberta* (Gradiva), *Actividades Matemáticas na Sala de Aula* (Texto Editora), *Clube de Matemática/A Aventura da Descoberta* (ASA), *Aprender Matemática/Pensar a Realidade* (Texto Editora);
- Livros de divulgação: *A Experiência Matemática* (Gradiva), *Conceitos Fundamentais de Matemática*, Bento de Jesus Caraça, *Flatland/O País Plano*, *Objectos Fractais* (coleção Ciência Aberta, Gradiva); *Images of Infinity* (Tarquin, distr. por Editora Replicação); *Pascal's Triangle* (Tarquin, distr. por Editora Replicação);
- Livros de História: *História Concisa da Matemática*, D. J. Struik (Gradiva), *História das Ciências* (Terramar);
- Tese de Paulo Abrantes - Projectos na Aula de Matemática (APM);
- Todas as publicações da APM e da SPM.

A avaliação do projecto envolvia uma vertente de avaliação contínua, realizada permanentemente pela equipa responsável, com vista à sua melhoria. No final do ano lectivo seria feito um balanço final do trabalho desenvolvido, tendo por base a reflexão realizada pelos professores e um inquérito aos alunos para conhecer a sua opinião sobre o trabalho efectuado.

No que respeita à divulgação final do projecto, já depois deste concluído, havia a intenção de o apresentar em encontros de professores de Matemática.

## **6.2 - O trabalho do projecto**

### **6.2.1 - Actividade desenvolvida**

A equipa reuniu quinzenalmente, de acordo com o previsto. Em simultâneo com a elaboração das fichas de trabalho, foram sendo discutidos aspectos relacionados com a avaliação dos alunos, com a utilização das tecnologias e materiais manipuláveis, bem como questões de natureza pedagógica sobre o trabalho a desenvolver na sala de aula. Foi dedicado algum tempo à formação da equipa no uso de novos equipamentos e *software* (nomeadamente a calculadora TI-92 e o programa Cabri II).

Os professores começaram por fazer uma pesquisa bibliográfica que lhes permitisse elaborar tarefas para apresentar aos alunos. Para isso consultaram as revistas *Educação & Matemática* (da APM) e *Mathematics Teacher* (do NCTM) e diversos materiais de cursos do ProfMat. Algumas das tarefas desenvolvidas resultaram da reformulação de tarefas já existentes (ver caixa).

Para a Geometria, foram elaboradas diversas tarefas envolvendo sólidos e Geometria no espaço, a circunferência e o tangram chinês (ver caixa seguinte, em que as cinco primeiras tarefas são dedicadas ao 10º ano e as duas últimas ao 8º). Com estas tarefas pretendia-se desenvolver nos alunos a intuição geométrica, o raciocínio geométrico e espacial, bem como a capacidade de explorar, usar e aplicar a Matemática. Procurou-se também sempre que possível fazer conexões entre a Geometria e outras áreas da Matemática. Nestas tarefas foi fundamental a manipulação de modelos geométricos.

### ***Tarefas de Geometria***

#### Sólidos platônicos encaixados

Construção de sólidos platônicos com *polydrons*, planificação de sólidos e sua construção, construção de sólidos encaixados usando cartolinas, cálculo de arestas. Realização de um relatório. Investigação sobre a relação entre número de faces, vértices e arestas de um sólido. Investigação sobre as amplitudes dos ângulos dos poliedros regulares. Determinação de áreas.

#### Forma e água num cubo

Determinação dos polígonos que é possível obter por cortes num cubo. Determinação de áreas e volumes.

#### Cortes num cubo

Figuras geométricas planas e sólidos que se obtêm com cortes num cubo.

#### Explorando o espaço tridimensional

Percursos “mais curtos” que se podem realizar num sólido. Caminhos hamiltonianos. Número total de diagonais que podem ser construídas num sólido composto. Determinação de diagonais.

#### Um octaedro num referencial cartesiano tridimensional

Propriedades de paralelismo das faces. Coordenadas dos vértices. Área lateral e volume. Determinação de condições representando propriedades.

#### Explorar a circunferência (usando o Cabri)

Relação entre ângulo inscrito e ângulo ao centro correspondente. Relação entre ângulos e arcos correspondentes. Relação entre ângulos inscritos em semicircunferências. Relação entre ângulos ao centro e cordas.

#### Tangram chinês

Construção de figuras propostas. Construção de figuras geométricas. Possibilidade de construção de polígonos com um certo número de peças. Semelhança e equivalência de polígonos.

Para o estudo das funções, as tarefas desenvolvidas respeitam aos aspectos básicos do conceito de função, incluindo representações verbais, numéricas e gráficas. Destas tarefas as cinco primeiras dizem respeito ao 10º ano e a última ao 3º ciclo do ensino básico (ver caixa). Os professores pretendiam que os alunos adquirissem, consolidassem e ampliassem os seus conhecimentos sobre funções. Pretendiam também que usassem este conceito para interpretar situações da realidade e trabalharam algumas situações numa perspectiva de modelação matemática. O uso das calculadoras gráficas e do computador foi constante no estudo (numérico e gráfico) das funções.

### ***Tarefas sobre Funções***

#### A chama da vela de aniversário

Introdução do conceito de função. Várias formas de representar uma função. Uma função como modelo de uma situação real.

#### Continuação do tempo quente

Conceito de função. Domínio, contradomínio, num contexto de informação meteorológica.

#### O seu a seu dono

Relacionar funções descritas verbalmente com representações gráficas. Inventar situações para gráficos dados.

#### Quadrados com fósforos

Investigação de leis de formação (usando calculadora gráfica)

#### Função quadrática

Estudo das propriedades da função quadrática dadas as suas representações algébricas e gráficas (usando a calculadora gráfica ou o programa Graphic Calculus)

#### Função afim

Estudo das propriedades da função afim dadas as suas representações algébricas e gráficas (usando a calculadora gráfica ou o programa Graphic Calculus).

Foi solicitado aos alunos que elaborassem relatórios (individuais e de grupo) de alguns dos trabalhos realizados, com o objectivo de desenvolver a sua capacidade de organização e comunicação escrita, tendo em conta o trabalho proposto. No momento da realização da primeira tarefa (“Sólidos platónicos encaixados”), foram dadas indicações sobre a forma de elaborar um relatório (ver caixa). Estes relatórios serviram também como instrumento de avaliação.

### ***Indicações para a realização do relatório***

Na elaboração do relatório deves ter em conta, entre outros, os seguintes aspectos:

- título
- objectivo do trabalho
- materiais utilizados
- descrição do processo, das tentativas realizadas e das dificuldades
- conclusões
- comentários
- bibliografia



Entre as turmas envolvidas, cinco pertenciam ao ensino secundário, do 1º e 3º agrupamentos, sendo turmas predominantemente orientadas para o prosseguimento dos estudos. Algumas das turmas funcionavam de manhã e outras à tarde. No 3º ciclo do ensino básico, o projecto envolveu três turmas do 8º ano (ver a caracterização das turmas)<sup>7</sup>.

<b>Caracterização das turmas</b>				
Ano/Turma	Nº de alunos	Agrupamento	Média etária	Observações
10º - A	23	1º	15 anos	Turma com bom aproveitamento
10º - B	18	1º	Superior ao normal	Turma com fraco aproveitamento
10º - C	21	3º	16 anos	Turma considerada fraca mas esforçada; um aluno invisual
10º - D	19	1º	15 anos	Turma considerada razoável com alunos interessados e trabalhadores
10º - E	20	3º	16 anos	Apenas 13 alunos tinham Matemática. Turma desequilibrada com alunos muito bons e outros muito fracos
8º - A	20	-	Normal	Turma considerada fraca
8º - B	25	-	Normal	Turma desequilibrada com alunos muito bons e outros muito fracos
8º - C	17	-	Idade superior ao normal	Turma considerada fraca mas simpática

### 6.2.2 - Um exemplo concreto

A exploração denominada "sólidos platónicos encaixados" foi a primeira actividade realizada no âmbito do projecto em todas as turmas do 10º ano, no primeiro período. Foi desenvolvida a partir de uma ficha de trabalho apresentada aos alunos (ver caixa) tendo sido previstas quatro horas para a sua execução.

<sup>7</sup> Realizaram também algumas destas actividades duas turmas do 7º e uma do 9º do Instituto Militar dos Pupilos do Exército, cujo professor fazia parte da equipa inicial do projecto e foi colocado no segundo ano neste estabelecimento.

Os alunos foram organizados em grupos de quatro e tiveram à sua disposição material *polidron* para construção de sólidos e posteriores planificações e também cartolina, material de desenho, tesoura e cola para a construção dos sólidos encaixados. Os alunos foram ainda encorajados a ler sobre o assunto. Foram-lhes indicadas as páginas do livro de texto onde se encontravam referências aos sólidos platónicos e foram-lhes distribuídos a todos dois outros pequenos textos sobre o assunto.

A ficha propunha, em primeiro lugar, a construção dos cinco sólidos platónicos com material *polidron* e as suas planificações. Os alunos construíram de facto muitos sólidos, uns regulares outros não, enquanto discutiam e procuravam os sólidos platónicos. Demorou algum tempo até que fossem encontrados o icosaedro e o dodecaedro.

A afirmação (indicada na ficha distribuída aos alunos) de que só existem cinco sólidos platónicos deixou-os curiosos. Alguns fizeram diversas tentativas para encontrar outros sólidos. Com uma ou outra pista dada pelo professor ou sugerida por um cartaz que tinham afixado na sala, vários foram os grupos que encontraram uma justificação para o facto de não existirem mais sólidos deste tipo.

Como produto final deste trabalho, esperava-se que os alunos construíssem três sólidos platónicos encaixados, em cartolina (tetraedro, cubo e octaedro), e elaborassem um relatório do trabalho desenvolvido. A construção de um octaedro dentro de um tetraedro que por sua vez estava dentro de um cubo exigiu a mobilização de conhecimentos anteriores para a determinação das medidas necessárias. Cada grupo fez uma construção.

A ideia de que estes sólidos se podiam encaixar uns nos outros, da forma sugerida, até ao infinito, foi também apreendida pelos alunos. Estes, incentivados pelos professores ou como resultado dos textos lidos, tentaram por conta própria a partir de determinada altura, encontrar outras propriedades dos sólidos platónicos. Perguntas como as que se seguem foram naturalmente surgindo durante estas quatro aulas: *Porque é que só há cinco sólidos platónicos? Se unirmos os pontos médios das faces do cubo que sólido se obtém? E se unirmos os pontos médios das faces dos outros sólidos? Há alguma relação entre o número de faces, vértices e arestas? A fórmula de Euler só é válida para os platónicos?*

Após a conclusão do trabalho de grupo, os alunos tiveram 8 dias para produzirem um relatório individual. A própria ficha dava algumas indicações para a elaboração desse relatório e para além disso os alunos foram alertados, desde o início para a necessidade de registarem todo o processo seguido, as suas conclusões e as suas descobertas. Como resultado, alguns alunos produziram relatórios bastante completos e razoavelmente organizados.

### Sólidos Platônicos encaixados

1. Os sólidos platônicos são poliedros cujas faces são polígonos regulares geometricamente iguais e de tal forma que o número de arestas que se encontram em cada um dos seus vértices é o mesmo. Existem apenas cinco. Tenta construí-los com o material polidron.

2. Planifica os sólidos.  
A planificação é única para cada sólido?

3. Faz, em cartolina, a planificação de um tetraedro com 8 cm de aresta. Constrói o sólido.

(Observa o desenho da fig. 1. A face com duas abas deve ser vincada para dentro de forma a fechar o sólido mas não colada. A outra aba de uma das outras faces é a única a que se deve aplicar cola).

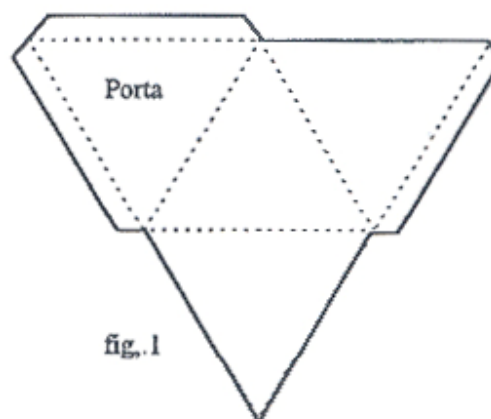


fig. 1

4. Vamos agora construir o cubo que rodeia o tetraedro. Observa a fig. 2 que representa o tetraedro e o cubo construídos com palhinhas de refresco. Repara que cada uma das arestas do tetraedro corresponde à diagonal da face do cubo. Calcula a medida da aresta do cubo, faz a planificação e constrói-o.

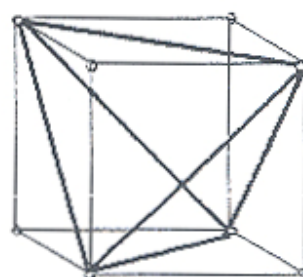


fig. 2

(Para prevenir pequenos erros de medição e espessura do material, antes de calculares o comprimento da aresta do cubo acrescenta 2mm ao comprimento da aresta do tetraedro. Deixa uma das faces do cubo aberta para poderes introduzir o tetraedro.)

5. Este processo de construir os sólidos platônicos uns dentro dos outros pode ser continuado até querermos...

Vamos apenas construir mais um. O octaedro cabe dentro do tetraedro. O comprimento das suas arestas é metade do comprimento da aresta do tetraedro. Calcula a medida da aresta do octaedro. Faz a planificação e constrói o sólido.

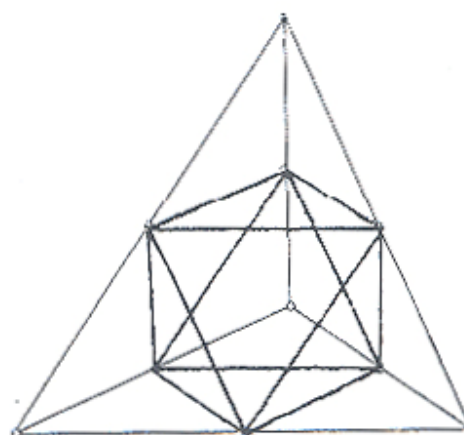


Fig. 3

6. Faz um pequeno relatório da actividade realizada.

### 6.2.3 - Momentos de viragem

O projecto foi inicialmente concebido para alunos do ensino secundário. No entanto, verificou-se que após a distribuição dos horários, dois dos professores envolvidos ficaram apenas com turmas do 3º ciclo. Assim, logo no início do seu primeiro ano de funcionamento decidiu-se alargar a população-alvo aos alunos do 3º ciclo do ensino básico permitindo que todos os professores interessados pudessem tirar partido do Laboratório. Na verdade, havendo espaços e tempos disponíveis, pareceu adequado disponibilizar os recursos existentes também aos alunos mais novos.

A atribuição de um espaço próprio (ao fim do primeiro ano) marcou uma etapa importante na vida do projecto, testemunhando o interesse da escola por esta actividade. Esta mudança possibilitou um melhor trabalho aos professores, que passaram a poder dispor de espaços claramente diferenciados para as actividades em regime lectivo e extra-lectivo.

A passagem para um outro espaço, no edifício central da escola, marca o reconhecimento por parte desta do interesse neste projecto e do seu impacto crescente junto de outros grupos disciplinares. A transferência do Laboratório para aqui veio também a possibilitar aos professores uma melhor articulação entre diversos tipos de actividade lectiva e não lectiva.

Outra mudança significativa que acabou por se verificar na actividade do projecto, diz respeito à diminuição progressiva da importância das actividades extra-lectivas. A princípio estas eram colocadas em pé de igualdade com as actividades lectivas. No entanto, a adesão espontânea dos alunos ficou aquém do esperado, por razões várias (como a incompatibilidade de horários e a existência de muitas outras solicitações escolares e extra-escolares). Verificou-se ser preferível investir menos neste tipo de trabalho e mais em acções pontuais de divulgação do Laboratório de Matemática, frequentemente em colaboração com professores de outras disciplinas.

### 6.2.4 - Divulgação

Internamente, o projecto foi apresentado à escola em conselho pedagógico, tal como previsto, logo no início do ano lectivo. Mas a acção mais significativa de divulgação realizou-se no 3º período (do 2º ano) durante a semana “Isto é... Probabilidades”. Embora o tema não estivesse directamente relacionado com os

conteúdos escolhidos pelo projecto, ele despertou o interesse geral dos professores de Matemática da escola. Para isso foram desenvolvidas actividades experimentais, dentro do espírito do projecto. Durante esta semana alunos, professores e auxiliares de acção educativa tiveram oportunidade de participar em

- actividades experimentais realizadas no pátio da escola;
- actividades experimentais realizadas no laboratório de Matemática;
- actividades de divulgação no átrio da Biblioteca; e num
- concurso de problemas.

A tarefa realizada no átrio da Biblioteca consistia num desafio “Jogar ao Acaso”, em que os participantes podiam experimentar e apostar na probabilidade de um certo acontecimento. No final da semana, e durante um dia, foi apresentada a solução, com recurso à calculadora gráfica e ao *viewscreen*, projectando no local uma simulação da situação.

No que respeita à divulgação externa, foi efectuada uma sessão prática e uma apresentação do projecto no ÉvoraMat de 1997 e outra no ProfMat 97, realizado na Figueira da Foz. Materiais produzidos pelo projecto (fichas com as tarefas e o relatório) têm sido utilizados como suporte de formação.

#### 6.2.5 - Gestão de recursos

O material considerado necessário foi adquirido na sua totalidade. Em vez das calculadoras pedidas, foram compradas outras mais modernas, entretanto postas à venda. Constatou-se que algum do *software* adquirido (o Cabri II) não funcionava devidamente na maior parte do equipamento existente na escola, pelo que as acções previstas utilizando este programa acabaram por ser realizadas com uma versão mais antiga (o Cabri Geomètre I).

Segundo se indica no relatório final do projecto, o financiamento atribuído pelo IIE foi fundamental para o trabalho realizado. No entanto, o número de calculadoras disponível na escola continuou a ser insuficiente para as necessidades. O equipamento informático existente na escola revelou-se em grande medida desactualizado, impossibilitando concretizar plenamente todas as acções previstas no que respeita à utilização de computadores.

## 6.3 - O balanço final do projecto

### 6.3.1 - A opinião dos alunos

Para saber a opinião dos alunos do 10º ano das turmas envolvidas em relação às actividades realizadas, foi aplicado um questionário no final do ano lectivo. A actividade que eles mais gostaram de desenvolver foi, sem dúvida, a “Forma e água num cubo” (preferida por 35%), seguida de “Sólidos platónicos encaixados” (22%). A actividade menos apreciada foi “Quadrados com fósforos” (por 40% dos alunos)<sup>8</sup>.

O que mais entusiasmou os alunos para este trabalho foi a possibilidade de trabalhar em grupo, que lhes permite partilhar e confrontar ideias (razão apontada por 38% dos alunos). Seguem-se a utilização de materiais manipuláveis e o facto de aprenderem Matemática de forma diferente (ambas apontadas por 28% dos alunos). Do que os alunos menos gostaram foi de ter de elaborar relatórios escritos.

#### **Extractos das respostas dos alunos**

*O que mais me entusiasmou foi o modo como se pode descobrir a Matemática, são “mil e uma maneiras” (Paulo)*

*A chama da vela foi a de que mais gostei e a que menos gostei foi a dos fósforos, talvez por corresponder a uma investigação exaustiva e algo abstracta... (Valter)*

*Senti algumas dificuldades a princípio já que não estamos habituados a este tipo de aulas, mas depois habituei-me... (Ricardo)*

*Penso que sim [que este tipo de actividades foi eficaz na aprendizagem] pois nem sempre nos conseguimos aperceber das coisas olhando para riscos de giz no quadro. À partida é uma eficaz maneira de captarmos a matéria. (Henrique)*

*Muito, porque a originalidade de situações e a diversidade de materiais permitiu uma melhor aprendizagem, pois despertou mais interesse e empenhamento. Deu-nos também uma melhor visualização das situações práticas em que se podem aplicar noções teóricas. (Alexandra)*

*Acho que sim [que as actividades terão interesse para outros alunos], porque por exemplo, eu já sou repetente e gostei muito mais de matemática este ano, acho que a Matemática devia ter muito mais actividades práticas. (Denise)*

*O que gostei mais nas aulas de Matemática foram as aulas dadas no Laboratório já que tínhamos mais material à nossa disposição, o que nos permitiu uma melhor aprendizagem da matéria. (Bruno)*

<sup>8</sup> Estas 5 tarefas são as que foram realizadas por todos os alunos do 10º ano.

### 7.3.2 - O balanço dos professores

Os professores fazem uma avaliação bastante positiva do trabalho realizado. No seu relatório final realçam como foi possível trabalhar em equipa, construir e discutir as tarefas a apresentar aos alunos e a forma de as propor.

Os professores consideram que os alunos se envolveram de um modo geral de modo muito positivo nas tarefas investigativas e experimentais que lhes foram propostas. Consideram que para esse envolvimento foi muito importante a existência do espaço do Laboratório de Matemática e os recursos disponíveis para a realização de cada uma das actividades. Para os professores, a forma de organização do Laboratório, com mesas próprias para a realização de trabalho de grupo pelos alunos, contribuiu muito para a valorização que os alunos fizeram deste tipo de trabalho.

Apesar da opinião negativa dos alunos em relação aos relatórios, os professores consideram que este aspecto também foi positivo. Na sua perspectiva, os alunos foram evoluindo na organização dos relatórios e desenvolvendo as suas capacidades de comunicação. Para eles, a reacção negativa dos alunos deve-se ao facto de verem os relatórios como um acréscimo de trabalho que prefeririam não ter.

Os professores consideram que os alunos desenvolveram as suas capacidades de explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, formular e resolver problemas, argumentar e comunicar. Ao terminar o projecto, reforçaram a sua perspectiva de que a natureza das tarefas que apresentam aos alunos, os recursos disponibilizados para a sua realização e o ambiente criado na aula de Matemática são factores essenciais para que um número cada vez maior de alunos tenha possibilidade de ter experiências positivas com a Matemática. Acham que, para isso, espaços como os Laboratórios são fundamentais.

Ao concluir o relatório do 2º ano, os professores consideram ser ainda cedo para uma avaliação aprofundada dos objectivos propostos relativos ao desenvolvimento do gosto pela Matemática e à reflexão sobre as potencialidades das tarefas de investigação e as possibilidades das novas tecnologias. Mesmo assim, consideram que as indicações existentes apontam para o interesse em continuar o trabalho dentro das perspectivas propostas, sem realizar alterações de fundo.

Os professores identificaram diversos obstáculos à realização do projecto. Entre estes, avulta a dificuldade de conciliar os seus horários com os dos alunos. Outro

aspecto que também dificulta este tipo de trabalho é a carga lectiva dos alunos do ensino secundário, que lhes deixa pouco tempo para o desenvolvimento destas actividades com alguma continuidade. Finalmente, outras dificuldades apontadas prendem-se com a extensão do programa a cumprir e com o facto de o espaço comum de reunião ser usado por outros órgãos e projectos da escola, obrigando por vezes a mudar as datas já definidas das reuniões.

### 7.3.3 - Comentários finais

Este projecto tem-se vindo a desenvolver em diversas etapas. Primeiro, criou-se uma dinâmica de trabalho em torno de um espaço vocacionado para a disciplina. Depois, esse espaço foi sendo sucessivamente valorizado com a aquisição de novo material e a dotação de uma melhor localização na escola. O primeiro ano constitui sobretudo um ano de organização e de arranque, sendo o segundo ano aquele em que as actividades decorreram já em ritmo de cruzeiro.

Um dos grandes méritos deste projecto é não encarar o Laboratório de Matemática como um simples espaço dotado de um conjunto de recursos. A consideração do trabalho que os alunos irão realizar, a definição de objectivos educacionais, a elaboração de uma estratégia de trabalho incluindo uma componente de formação dos professores e outra de trabalho colaborativo regular, são elementos essenciais deste projecto.

Os professores apostaram fortemente tanto numa vertente de trabalho lectivo como extra-lectivo. O desenrolar do projecto evidenciou que a vertente extra-lectiva tinha pouca rentabilidade, passando-se a investir sobretudo na componente de trabalho lectivo. Este projecto sugere que o trabalho extra-lectivo, com alunos deste nível de ensino, se não for cuidadosamente preparado por trabalho lectivo, corre o risco de constituir um investimento pouco aproveitado.

Também muito significativa é a avaliação do projecto. Esta foi realizada, com um propósito formativo, de uma forma permanente pelos professores da equipa. E com uma forma de avaliação final, no fim do ano lectivo, procurando ouvir a opinião dos alunos — ao fim e ao cabo os seus principais destinatários.

A forma como decorreu e foi divulgado o projecto possibilitou o entendimento por parte da escola da necessidade deste novo espaço, o que levou o Conselho Pedagógico a aprovar a transferência do Laboratório para duas salas do edifício central no ano lectivo seguinte (1997/98). Ao mesmo tempo, a discussão sobre a



reorganização dos espaços da escola, que numa primeira fase se mostrou inconclusiva, veio a ser retomada e a dar os seus frutos, verificando-se que os professores de alguns grupos (como o Português) que inicialmente eram muito renitentes à ideia, passaram a ver nela grandes virtualidades. Como consequência outros espaços de natureza disciplinar foram igualmente aprovados pelo Conselho Pedagógico.

Um outro aspecto a destacar é o modo como o projecto soube criar um ambiente favorável na escola e captar os apoios externos necessários à sua concretização, bem como o empenho colocado na divulgação final do trabalho realizado.

A ideia inicial não recebeu de imediato grande acolhimento nem na escola nem nas autoridades educativas. O grupo de professores envolvidos, no entanto, soube delinear a sua estratégia, tirar partido do espaço e dos (poucos) recursos inicialmente existentes, para a pouco e pouco ir pondo de pé o projecto. Com a maior clarificação dos objectivos e actividades que se pretendiam realizar, foi possível obter finalmente apoios externos significativos. Com o reconhecimento por uma parte significativa da comunidade escolar, o projecto começou a ser cada vez mais bem visto no interior da própria escola. Como resultado, os professores e os alunos têm possibilidade de se envolver de modo mais gratificante e mais produtivo em actividades de ensino-aprendizagem.

## 7 - PROJECTOS NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA

Os projectos que a seguir se apresentam foram propostos e desenvolvidos por professores do ensino secundário ou realizados em parceria por professores do ensino secundário e do ensino superior. Visavam responder a necessidades de formação ou a necessidades educativas dos alunos. Em ambos os casos, conduziram a intervenções ao nível da escola, criando novos recursos, ou ao nível da sala de aula, alterando algumas práticas de ensino.

Dos projectos que foram financiados pelo Instituto de Inovação Educacional e pelo Ministério da Ciência e Tecnologia, ou apoiados pelo Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, apresentamos os mais recentes que se relacionam com o ensino da Matemática no ensino secundário. Ao apresentar aqui um resumo de cada projecto, a nossa intenção é disponibilizar os contactos para colegas que desejem obter mais informações e, simultaneamente, mostrar que há muitos professores de Matemática com boas iniciativas nas suas escolas.

<b>Título</b>	Alargamento do Projecto de Matemática a Outras Comunidades Educativas
<b>Proponentes</b>	E.S. de Rodrigues de Freitas, Porto, em parceria com as E.S. da Lousada, E.S. de Paredes, E.S. de Carolina Michaelis e E.S. de Alexandre Herculano
<b>Coordenador</b>	José Manuel dos Santos
<b>Apoio</b>	Unidade Ciência Viva, MCT

Este projecto pretende a criação de espaços com os instrumentos necessários para a realização de experiências multidisciplinares, actividades lúdicas, conferências e exposições. Desenvolve-se em simultâneo em cinco escolas, sendo a coesão e o cumprimento dos objectivos assegurados em reuniões periódicas dos participantes. As acções incluem aprendizagens interactivas com o uso de calculadoras gráficas, a resolução de problemas suscitados pelas outras ciências e o trabalho em ambientes de computação e modelação. Uma das prioridades é o desenvolvimento de materiais para as actividades lectivas, maximizando as potencialidades técnicas e práticas dos laboratórios de Matemática das escolas envolvidas.

**Título** Aprender Experimentando  
**Proponente** E.S. da Baixa da Banheira, Vale da Amoreira  
**Coordenadora** Maria Edite Campino  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Minimizar o insucesso na disciplina de Matemática, facilitando aos alunos a aprendizagem dos conteúdos recorrendo a diversas tecnologias, assim como contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico, são os objectivos deste projecto. As actividades envolvem o uso de calculadoras gráficas e computadores com software apropriado e a manipulação de modelos e materiais diversos para o estudo da Geometria. Serão organizados minicursos para alunos sobre calculadoras gráficas, folhas de cálculo e funções. As actividades incluem ainda a organização de um concurso, de umas olimpíadas de Matemática e a recolha e tratamento de dados estatísticos no âmbito da área-escola.

**Título** A Calculadora Gráfica como Integradora de Aprendizagens  
**Escola** E.S. de Tavira  
**Equipa** Eneida Campanhã, M<sup>a</sup> Eduarda Santos, M<sup>a</sup> Francisca Sousa, e Anabela Cavaco (ESE de Faro).  
**Apoio** Centro de Formação da APM

Este projecto desenvolveu-se no ano lectivo de 1994/95 em quatro turmas do 11<sup>o</sup> ano. Teve como principal objectivo o estabelecimento de ligações entre conteúdos programáticos não leccionados no 10<sup>o</sup> ano por falta de tempo e conteúdos do 11<sup>o</sup> ano sob o tema aglutinador "Funções", utilizando calculadoras gráficas para exploração de conceitos, tradução entre as linguagens numérica, analítica e gráfica e suporte para a formulação de conjecturas e verificação de resultados. Foram também preocupações deste projecto o desenvolvimento de capacidades de raciocínio, espírito crítico, comunicação, argumentação e trabalho de grupo e atitudes de responsabilidade e persistência.

**Título** Calculadoras na Sala de Matemática

**Proponente** E.S. de Bocage, Setúbal

**Coordenadora** Daniela Oliveira

**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Este projecto visa a promoção de actividades experimentais de carácter curricular com calculadoras gráficas de modo a estimular a criatividade e o espírito científico. Pretende também a realização de um *workshop* para iniciação e dinamização do uso do equipamento para actividades curriculares, contando com a colaboração de um professor do Departamento de Ciências de Educação da FCT-UNL.

**Título** Clube Matjogo

**Proponente** E.S. de Braamcamp Freire, Pontinha, Lisboa

**Coordenadora** Catarina Ferreira

**Apoios** Unidade Ciência Viva, MCT; Centro de Formação da APM

As actividades que este projecto propõem incluem a pesquisa e construção de jogos, entre os quais jogos de outras culturas, a exploração de jogos e enigmas salientando o conteúdo matemático neles envolvido e a promoção de momentos de discussão sobre estratégias ganhadoras.

**Título** Concretização Reflexiva dos Novos Programas de Matemática do Ensino Secundário

**Escola** E.S. de Gil Vicente

**Equipa** Manuel Saraiva (Universidade da Beira Interior, Covilhã), António Bernardes e Teresa Colaço, E.S. de Gil Vicente

**Apoio** Centro de Formação da APM

Este projecto decorreu de 1993 a 1996 com duas turmas, do 10<sup>o</sup> ao 12<sup>o</sup> ano, tendo em vista estudar os problemas que emergem da concretização dos novos programas de Matemática, em particular no que respeita à ligação da Matemática com a realidade, ao uso das novas tecnologias de informação e às actividades de aprendizagem. Foram produzidos alguns documentos escritos que traduzem algumas das reflexões realizadas pela equipa do projecto, e que se encontram publicados em Actas do ProfMat 94 e 95, Educação e Matemática nº 33 e 43 e Actas do VI Encontro de Investigação em Educação Matemática.

**Título** À Descoberta dos Mistérios do Universo  
**Proponente** Escola Secundária de Dona Luísa de Gusmão  
**Coordenador** Elisa Figueira  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Pretende-se desenvolver o gosto pela observação e pelas actividades experimentais e a capacidade de análise crítica, e fomentar o trabalho pluridisciplinar e o uso de novas tecnologias. Realizam-se actividades envolvendo Matemática, Física, Química e Biologia, apoiadas em instrumentos de observação astronómica, computadores e materiais rudimentares, incluindo observações nocturnas, construção de modelos de certos fenómenos (como as eclipses e as estações do ano), construção de instrumentos (astrolábio, quadrante, relógio de sol e nocturlábio), determinação da latitude, da altura de um astro e de objectos inacessíveis.

**Título** Ensino Experimental da Matemática  
**Proponente** IST - Departamento de Matemática, Lisboa  
**Coordenador** José Sousa Ramos  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Com este projecto pretende-se desenvolver *software* para a realização de actividades experimentais de Matemática para o 10º, 11º e 12º anos, a colocar no endereço <http://www.math.ist.utl.pt/~sramos>, usando a linguagem Mathematica.

**Título** GEM: Calculadoras Gráficas no Ensino da Matemática  
**Escolas** E.S. de Camões, E.S. Nº 1 de Loures, E.S. de Patrício Prazeres, E.S. da Amadora e Externato Marista de Lisboa  
**Equipa** Adelina Precatado, Graciosa Veloso, Helena Rocha, Josefa Moedas e Paula Teixeira  
**Apoio** Centro de Formação da APM

Este projecto desenvolveu-se em 1993/94, tendo como objectivos a reflexão sobre as potencialidades da calculadora gráfica no desenvolvimento de capacidades de resolver situações problemáticas e estabelecer conexões matemáticas, contribuir para a discussão sobre a integração da tecnologia gráfica nos currículos de Matemática e o desenvolvimento profissional das professoras participantes. Para isso trabalharam em conjunto na organização e

produção de materiais, na planificação e avaliação da prática pedagógica e na reflexão sobre esta.

**Título** Geometria: Do Concreto ao Abstracto, da Indução à Dedução  
**Escola** 9 Escolas Primárias, 2 Preparatórias, 1 C+S e 4 Secundárias da Região de Leiria  
**Coordenadora** Elza Santos  
**Apoio** Centro de Formação da APM

Este projecto decorreu durante o ano lectivo de 1993/94. A equipa era constituída por 36 professores de Matemática de todos os ciclos, residentes na região de Leiria e dividiu-se em 5 subprojectos, sendo dois do primeiro e um de cada um dos outros ciclos. As finalidades mais conseguidas foram a autoformação dos professores envolvidos, a troca de experiências e saberes entre professores, a concepção e exploração de materiais e a articulação vertical dos programas.

**Título** Geometria e Matemática  
**Proponente** E.S. de S. Pedro, Vila Real  
**Coordenadora** Ilda Lopes  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Este projecto procura a motivação dos alunos para a aprendizagem da Geometria e para o estudo das funções usando recursos variados como Pentaminós, o programa Cabri-Geomètre, folhas de cálculo, calculadoras gráficas e materiais para manipulação (polígonos para a construção de poliedros, sólidos transparentes para visualização de secções com água corada, etc.). Para atingir estes objectivos pretende-se a criação de um laboratório de Matemática.

**Título** Laboratório de Matemática  
**Escola** E.S. Dr. Manuel Fernandes, Abrantes  
**Coordenador** Alcino Herminio  
**Apoios** IIE; APM; e Centro de Formação local

Este projecto foi desenvolvido no ano lectivo de 1996/97 por 4 professores e dividiu-se em três áreas distintas: *Um ambiente estimulante para a aula de Matemática*, que tinha como objectivo a criação de um centro de recursos para a aula de Matemática; *Brincando com a Matemática*, destinado à construção de um clube de Matemática para alunos dos 7º e 8º anos; *Matemática viva*, que se propunha desenvolver actividades matemáticas extracurriculares e aplicadas a

outras áreas do conhecimento, como a astronomia, com alunos dos 10º e 11º anos.

**Título** Laboratório de Matemática: Um Espaço de Experimentação e Investigação  
**Proponentes** Centro de Análise Matemática, Sistemas Dinâmicos e Aplicações à Engenharia, IST, Lisboa, em parceria com a E.S. D. João V, Damaia e a E.S. de Camões.  
**Coordenador** Carlos Alberto Rocha  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Pretende-se desenvolver nos alunos uma melhor compreensão do papel da Matemática no mundo real, com uma perspectiva prática e científica, através do estudo das funções (usando computadores, calculadoras gráficas e sensores). As actividades decorrem nas escolas (sala de aula, laboratórios de Matemática, exposições em espaço aberto) e no IST, em contacto directo com investigadores e visitas a laboratórios de computação multimédia. Usa-se a comunicação via Internet para proposta de problemas e publicação de soluções pelos alunos.

**Título** LudoMat: Clube de Matemática  
**Proponente** E.S. de Amora, Amora  
**Coordenadora** Regina Lopes  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Visa-se a criação e dinamização de um clube de Matemática que promova uma imagem viva e divertida da Matemática e desenvolva o espírito crítico, a criatividade, a autoconfiança e o raciocínio lógico dos alunos. As actividades incluem também a organização de um concurso e a criação de uma biblioteca.

**Título** Ludoteca e Laboratório de Matemática  
**Proponente** E.S. de Palmela, Palmela  
**Coordenador** António Carvalho  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Pretende-se criar um laboratório de Matemática e uma ludoteca para realizar actividades de Matemática. Nas aulas são usadas calculadoras gráficas e computadores para o estudo de funções e materiais para construções geométricas. Na ludoteca os alunos usam jogos, puzzles e construções geométricas. As actividades do projecto incluem ainda a realização de uma semana da Matemática e de uma exposição final com um concurso de

construções geométricas.

**Título** Matemática e Calculadoras Gráficas  
**Proponente** E.S. da Moita, Moita  
**Coordenador** Paulo Dias  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

O objectivo deste projecto é a diversificação da aprendizagem da Matemática através da investigação e experiência, recorrendo ao uso de calculadoras gráficas. Pretende-se também a realização de uma sessão de formação para os professores e estabelecimento de intercâmbio com outras escolas.

**Título** Matemática Dentro e Fora da Sala de Aula  
**Escola** E.S. de Ferreira Borges, Lisboa  
**Coordenadora** Ana Luísa Correia  
**Apoio** IIE

Este projecto, que está a decorrer em 1997/98, envolve 9 professores que têm como objectivos, por um lado, a criação de um laboratório de Matemática que possa servir de estrutura de apoio a actividades curriculares com recurso a tecnologias e por outro lado, a criação de um clube de Matemática a funcionar ligado à ludoteca já existente.

**Título** Matemática Experimental  
**Proponente** E.S. de Francisco Franco, Funchal  
**Coordenador** José Orlando Freitas  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Este projecto pretende que todos os alunos do Secundário possam utilizar uma calculadora gráfica para realizar trabalho experimental e de investigação na Matemática. As actividades incluem ainda a utilização dos programas Cabri-Geomètre e Derive. Além disso prevêem-se ainda a realização de conferências por especialistas ao longo do ano e um encontro sobre calculadoras e computadores para alunos do ensino secundário. O projecto tem uma página na Internet, cujo endereço é <http://www.madinfo.pt/esff/matexp/matexp.htm>.



**Título** Matemática Para Todos  
**Proponente** E.B. 2,3 Miguel Torga, Sabrosa  
**Coordenadora** Elisabete Pardal  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Com este projecto procura-se desenvolver uma atitude mais positiva face à aprendizagem da Matemática através de actividades individuais e em grupo, com suporte em calculadoras gráficas e folhas de cálculo. As actividades incluem a recolha e tratamento de dados estatísticos, o uso de utilitários gráficos para o estudo de funções e para a modelação e a manipulação de materiais para construções geométricas.

**Título** Matemática Sem Fronteiras  
**Proponente** Associação para o Desenvolvimento da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto  
**Coordenadora** Cândida Moreira  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

Além da realização de actividades matemáticas em grupo, com apresentação de resoluções por escrito, na sala de aula, este projecto foca ainda o enquadramento histórico da Matemática e exposições de materiais manipuláveis (jogos, *puzzles*), livros e vídeos. No final realiza-se um concurso entre as escolas participantes (Viver a Matemática) e uma sessão de palestras por professores universitários de diferentes áreas científicas (Aventuras Matemáticas). Os alunos e professores utilizam a Internet para troca de experiências e divulgação das soluções das actividades matemáticas.

**Título** MATINFOR 10: Ensino da Matemática Com Apoio Informático  
**Escola** E.S. de Emídio Navarro, Viseu  
**Coordenador** Augusto Guimarães  
**Apoios** IIE; Centro de Matemática da Universidade de Coimbra

Este projecto iniciou-se em 1995/96 com 4 professores que se propuseram desenvolver o ensino da Matemática, no 10º ano, utilizando o método do ensino dirigido com apoio informático. Apesar de não ter correspondido às expectativas dos professores envolvidos, eles formularam já outros projectos e continuam a investir nas novas tecnologias no ensino.

<b>Título</b>	Rede (Formação/investigação/acção) com as TIC	Matic:	Projecto	Interescolas
<b>Escolas</b>	Aprendizagem da Matemática da Galiza, E.B. 2,3 de Santo António, Parede, E.B. 2,3 da Galiza, E.B. 2,3 Prof. António Pereira Coutinho, E.S. de Fernando Lopes Graça, E.S. de Carcavelos, e Colégio D. Luísa Sigea.			
<b>Coordenadoras</b>	M <sup>a</sup> Arlete Jorge da E.B. 2,3 de Santo António, Parede e Fernanda Salgueiro da E.B. 2,3 da Galiza			
<b>Apoios</b>	IIE, Ministério da Educação através do programa “Nónio Século XXI”, o MCT através do programa “A Internet na Escola”, os dois Centros de Formação de Professores de Cascais, o Centro de Competência Malha Atlântica e o Conselho Coordenador da Formação Contínua de Professores.			

O projecto envolve 14 professores provenientes de 8 escolas dos ensinos básico e secundário. Propõe-se trabalhar em duas vertentes interligadas: uma virada para a formação dos professores e outra de trabalho com alunos. A primeira contempla momentos de aquisição de novas competências, acções de formação, nomeadamente sobre a utilização das TIC, assim como outros momentos, as oficinas, para planificação, produção de materiais, divulgação e reflexão sobre as experiências realizadas com os alunos. A segunda prevê o equipamento de um laboratório de Matemática com equipamento informático e outro material didáctico de forma a enriquecer o meio de aprendizagem dos alunos e a realização de várias actividades utilizando as TIC no âmbito da disciplina de Matemática, ao longo do ano lectivo e cobrindo as várias unidades didácticas.

<b>Título</b>	A Utilização das Calculadoras e do Computador no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática
<b>Proponente</b>	E.S. de Odivelas
<b>Coordenadores</b>	Diamantina Carmona e António Domingos
<b>Apoios</b>	IIE; Centro de Formação D. Dinis

Este projecto, do ano lectivo de 1997/98, conta com 6 professores de duas escolas, uma básica e outra secundária, e prevê duas vertentes: uma primeira, de formação de professores no domínio da resolução de problemas e da utilização das novas tecnologias; uma segunda vertente respeitante à produção e experimentação de materiais curriculares.

**Título** VIVMAT: Viveiro de Matemáticas(os)  
**Proponente** Universidade Atlântica, Lisboa  
**Coordenadora** Maria Teresa Ventura  
**Apoio** Unidade Ciência Viva, MCT

O tema deste projecto é a modelação matemática no desenvolvimento das ciências e das técnicas. Com ele pretende-se criar um Laboratório Virtual de Matemática a disponibilizar na Internet. O projecto é desenvolvido em parceria com quatro escolas secundárias: E.S. de Patrício Prazeres, Academia de Artes & e Tecnologia (Escola Profissional de nível III) e os Externatos Séneca e Sebastião da Gama (ensino privado).

## NOTAS

### Capítulo 2

<sup>1</sup> Uma referência a respeito do pensamento educativo de John Dewey, que inclui em anexo a transcrição do seu Credo Pedagógico, é o livro *On Education: Selected writings*, publicado em Chicago, pela The University of Chicago Press, em 1964.

<sup>2</sup> Trata-se do artigo de William H. Kilpatrick, intitulado “The project method”, publicado em 1918, na revista *Teachers College Record*, vol. XIX, nº 4, pp. 319-335.

<sup>3</sup> A citação é de um texto de Christine Keitel, intitulado “Implicit mathematical models in social practice and explicit mathematical teaching by applications”, incluído no livro *Innovation in math education by modelling and applications*, organizado por Jan de Lange et al. e publicado em Chichester, pela Ellis Horwood, em 1993.

### Capítulo 4

<sup>1</sup> Todos os textos dentro das caixas que não estão referenciados foram extraídos do documento de apresentação do projecto.

<sup>2</sup> A equipa acabou por ficar constituída pela coordenadora Rita Bastos, co-autora desta brochura, e as professoras Alice Pinto, Clara Pinheiro, Cristina Saporiti e Maria do Pilar Mansos. Esta última saiu da escola no ano seguinte, e em 96/97 juntou-se ao grupo a professora Cassilda Paz.

<sup>3</sup> Mansos, M. P., Pinto, A., Bastos, R., Pinheiro, C. e Saporiti, C. (1994). Métodos quantitativos para o ensino artístico: Proposta de adaptação do programa. *Educação & Matemática*, Nº 30, pp. 3-6.

<sup>4</sup> Estes relatórios, bem como o documento de apresentação do projecto, e todos os materiais produzidos, encontram-se no Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, à disposição de quem os queira consultar.

### Capítulo 5

<sup>1</sup> Esta proposta foi adaptada do livro *Viva a Matemática*, de Nigel Langdon e Charles Snep, editado em Lisboa, pela Gradiva, em 1993, muito embora se tenham encontrado mais tarde explorações semelhantes noutras fontes.

<sup>2</sup> A partir de uma sugestão do livro da APM, *Renovação do currículo de Matemática*, publicado pela APM em 1988.

<sup>3</sup> Uma discussão mais pormenorizada destes resultados encontra-se na conferência de João Pedro da Ponte, Catarina Ferreira, Lina Brunheira, Hélia Oliveira e José Manuel Varandas,

publicada nas *Actas do 49º encontro da CIEAEM - Commission Internationale pour l'Étude et Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*, realizada em Setúbal, em Julho de 1997.

<sup>4</sup> Este estudo foi apresentado numa comunicação realizada por Paulo Abrantes, Joana Porfírio e Leonor Cunha Leal no *VIII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, realizado na Figueira da Foz, em Novembro de 1997.

<sup>5</sup> *Investigar para Aprender Matemática: Textos seleccionados*, organizado por Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal e João Pedro da Ponte, publicado pelo projecto em edição conjunta com a Associação de Professores de Matemática.

<sup>6</sup> São exemplos disso as teses:

Fernando Pires - *Investigações na sala de aula e o desenvolvimento profissional de professores de Matemática: uma experiência no 2º ciclo do ensino básico*

Helena Cunha - *Saberes Profissionais de Professores de Matemática: Dilemas e Dificuldades na Realização de Tarefas de Investigação*

Hélia Oliveira - *Actividades de Investigação na Aula de Matemática: Aspectos da Prática do Professor*

Irene Segurado - *A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo*

Luís Pinheiro - *Actividades de investigação e calculadoras gráficas no estudo das funções no 10º ano.*

<sup>7</sup> Ver *Matemática: Programas 10º, 11º e 12º anos*, Ministério da Educação, Janeiro de 1997.

## Capítulo 6

<sup>1</sup> Os elementos relativos a este projecto foram disponibilizados pela respectiva equipa.

<sup>2</sup> Todas as frases entre “ “ são retiradas dos relatórios ou outros materiais produzidos pelo projecto.

<sup>3</sup> A equipa ficou assim constituída por Ana Rita Fernandes, Ilda Álvaro, Manuel Joaquim Segismundo, Maria Adelina Precatado, Maria da Conceição Sousa, Maria da Paz Martins e Maria do Pilar Mansos.

<sup>4</sup> Plano de Actividades do 1º Grupo de 1995/96.

<sup>5</sup> Mais tarde viriam a ser pedidos outros apoios financeiros, nomeadamente ao programa Ciência Viva do Ministério da Ciência e Tecnologia.

<sup>6</sup> Lista de material constante no Plano de Actividades do 1º Grupo de 1995/96.

<sup>7</sup> Realizaram também algumas destas actividades duas turmas do 7º e uma do 9º do Instituto Militar dos Pupilos do Exército, cujo professor fazia parte da equipa inicial do projecto e foi colocado no segundo ano neste estabelecimento.

<sup>8</sup> Estas 3 tarefas são as que foram realizadas por todos os alunos do 10º ano.

## BIBLIOGRAFIA

- Abrantes, J. C. (Org.) (1994). *A outra face da escola*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática: A experiência do projecto MAT789*. (Dissertação de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Alonso, M. L. G. (1993). Inovação curricular, profissionalidade docente e mudança educativa. In *Actas do ProfMat 93* (pp. 17-27), Lisboa: APM.
- Altrichter, H., Posch, P., e Somekh, B. (1993). *Teachers investigate their work: An introduction to the methods of action research*. London: Routledge.
- Barbier, J.-M. (1990). *A avaliação em formação*. Porto: Afrontamento.
- Barbier, J.-M. (1993). *Elaboração de projectos de acção e planificação*. Porto: Porto Editora.
- Bardin, L. (1979). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Benavente, A. (Org.) (1995). *Inovações nas escolas: Um roteiro de projectos*. Lisboa: IIE.
- Boutinet, J.-P. (1996). *Antropologia do projecto*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Castro, L., e Ricardo, M. (1992). *Gerir o trabalho de projecto*. Lisboa: Texto.
- Estrela, A. (1986). *Teoria e prática de observação de classes: Uma estratégia de formação de professores*. Lisboa: INIC.
- Erasmie, T., e Lima, L. C. (1989). *Investigação e projectos de desenvolvimento em educação: Uma introdução*. Braga: Universidade do Minho.
- Freitas, C. V. (1997). *Gestão e avaliação de projectos nas escolas*. Lisboa: IIE.
- Ghiglione, R., e Matalon, B. (1992). *O inquérito: Teoria e prática*. Oeiras: Celta.
- Gil, A. C. (1987). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo: Atlas.
- Guimarães, H. M., Canavarro, A. P., e Silva, A. (1993). *Experiências de inovação no ensino da matemática*. Lisboa: Departamento de Educação da FCUL, Projecto DIC.

- Jesus, S. N., e Abreu, M. V. (1994). Projecto profissional e expectativas de realização dos professores: Um estudo exploratório. *Inovação*, 7, 215-221.
- Leite, E., Malpique, M., e Santos, M. (1989). *Trabalho de projecto: 1 - Aprender por projectos centrados em problemas*. Porto: Afrontamento.
- Leite, E., Malpique, M., e Santos, M. (1990). *Trabalho de projecto: 2 - Leituras comentadas*. Porto: Afrontamento.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., e Boutin, G. (1994). *Investigação qualitativa: Fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Ludke, M. e André, M. (1986). *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Ministério da Educação (1997). *Matemática: Programas 10º 11º e 12º anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Mucchieli, R. (1979). *O questionário na pesquisa psicossocial*. São Paulo: Martins Fontes.
- Patton, M. Q. (1982). *Practical evaluation*. Newbury Park: Sage.
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park: Sage.
- Perrenoud, P. (1990). Avaliação interna e externa de projectos inovadores: Funções e contradições. Em INFRA (Org.), *Avaliação de Projectos de Inovação* (pp. 22-35). Lisboa: Departamento de Educação da FCUL.
- Ponte, J. P. (1997). *As novas tecnologias e a educação*. Lisboa: Texto.
- Ponte, J. P., Guimarães, H., Leal, L. C., Canavarro, A. P., e Silva, A. (1993). *Viver a inovação, viver a escola*. Lisboa: APM e Departamento de Educação da FCUL, Projecto DIF.
- Postic, M., e Ketele, J.-M. (1988). *Observer les situations éducatives*. Paris: PUF.