

OFICINA DE FORMAÇÃO MATEMÁTICA EM REDE *(Leiria)*

Registo CCPFC CCPFC/ACC-18269/00

Entidade Promotora **Departamento do Ensino Secundário**

Acreditação do promotor CCPFC/ENT-SC-0006/98

Formador: Dr. Arsélio Martins

VAMOS TOCAR UMA MÚSICA

Celina Maria Pereira

Escola Secundária Eng. Acácio Calazans Duarte, Marinha Grande

Com a colaboração de **Maria Manuela da Silva Pires**

ÍNDICE

1. Introdução	3
2. Modelação no Ensino-Aprendizagem da Matemática	4
3. A Preparação da Tarefa	6
O ambiente na escola	6
Os recursos	6
A metodologia e a avaliação	7
4. Questões Matemáticas e de Interpretação Física	7
A propagação do som	7
O efeito de Bernoulli	8
Os dados	8
5. As Turmas	8
6. Realização da Tarefa	9
7. Resultados	11
Os relatórios	11
Opiniões	12
A composição	13
8. Comparação dos resultados	14
9. Conclusão	15
Bibliografia	16
Anexos	17

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho refere-se à implementação de uma tarefa em turmas de Matemática do 11º ano, no final da unidade Trigonometria.

Trata-se de uma actividade de modelação matemática, em que se pretende calibrar oito garrafas com água, de modo que cada uma delas dê origem a uma nota da escala musical.

A escolha desta tarefa deve-se essencialmente ao nosso gosto por este tipo de actividades, pois consideramos que a aprendizagem da Matemática é mais significativa se os alunos utilizarem esta disciplina como instrumento de interpretação do real.

Já anteriormente tínhamos desenvolvido tarefas de modelação quer com alunos, quer em formação de professores, das quais algumas envolviam funções trigonométricas, como o “Som produzido por um diapasão”, implementada no 3º período do ano lectivo 1999/2000, em turmas do 12º ano.

Como estávamos a leccionar 11º ano, interessava-nos uma actividade de modelação que envolvesse o tema do 1º período, trigonometria, mas cujo tratamento não exigisse um conhecimento aprofundado das funções trigonométricas, pois este assunto só será estudado no 12º ano.

Ao longo da nossa vida como professoras utilizámos algumas vezes as ligações da música com a Matemática. Em Julho de 2000, participámos no Seminário do projecto T³ da A.P.M., onde nos foi proposta uma tarefa da calibragem de garrafas, cuja execução nos agradou, especialmente pelo resultado: uma orquestra garrafal que tocou algumas músicas populares.

Encontrámos referências sobre como fazer música com garrafas no volume 92, nº 2 da revista *Mathematics Teacher* de Fevereiro de 1999 e, assim, decidimos elaborar uma tarefa que correspondesse aos nossos objectivos.

2. MODELAÇÃO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

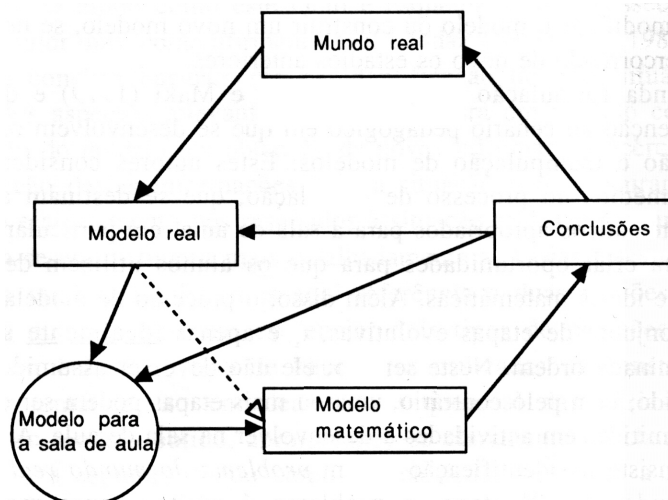
A importância da realização das tarefas de modelação na sala de aula deriva, em primeiro lugar, da própria natureza da aprendizagem que deve ser feita de forma integrada e contextualizada, assumindo as conexões Matemática – Realidade grande relevo e, em segundo lugar, da própria natureza da Matemática como ciência, com a sua componente experimental.

As actividades de modelação são importantes para o desenvolvimento do pensamento científico, pois o aluno pode experimentar, intuir, conjecturar, testar e avaliar os resultados obtidos e, por isso, devem ser integradas na prática lectiva e nos currículos. Permitem ainda a partilha de saberes e responsabilidades.

Podemos afirmar que as actividades de modelação têm um papel importante e decisivo para atingir finalidades importantes definidas no ensino secundário, para a nossa disciplina:

- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;
- Desenvolver a capacidade de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade;
- Contribuir para uma atitude positiva face à Ciência.

O processo de modelação é habitualmente descrito como um ciclo que consiste basicamente na identificação de uma situação real, na tradução dos aspectos relevantes da situação para um modelo conceptual, na investigação do modelo, na obtenção de novas informações acerca da situação e na tradução destas informações para a situação real, procurando avaliar a adequação e ajustamento dos resultados à situação real. Esta ideia de ciclo não



significa necessariamente que os passos sejam sequenciais e ordenados, pois não deve assumir o papel de um percurso rígido.

Na literatura sobre modelação existem vários esquemas que traduzem esta ideia de ciclo da modelação. O que se apresenta (Modelação na sala de aula, Kerr e Maki, 1979¹) dá particular atenção ao ambiente de sala aula e por isso é bastante apropriado para estas tarefas de modelação.

Consoante respeitam a problemas sociais, demográficos, económicos, físicos, biológicos, por exemplo, os fenómenos a observar e a modelar condicionam o tipo de dados e a forma de os recolher.

No caso particular dos fenómenos físicos, apesar de existirem muitas experiências interessantes em que a recolha de dados é feita manualmente, é necessário realçar que a utilização de tecnologia apropriada dá a possibilidade de fazer um grande número de recolhas num curto espaço de tempo, o que é fundamental pois, quanto maior for o conjunto de dados obtidos, mais próximo o modelo criado estará da situação real.

A modelação matemática ganhou assim mais evidência com o desenvolvimento da tecnologia. No entanto, apesar de existirem programas computacionais e sistemas integrados de recolha de dados com computadores, é um facto que estes instrumentos ainda continuam a ter nas escolas condições de utilização restritas, resultantes dos conhecidos problemas de logística.

Tendo por base a experiência positiva da utilização das calculadoras na aula, cuja generalização se deve, entre outros factores, à facilidade de aquisição, manuseamento e enquadramento na aula, conclui-se que a utilização de sensores ligados à calculadora pode mais facilmente generalizar-se na aula de Matemática. A favor deste tipo de sensores está a sua relativa simplicidade, em que os requisitos de utilização são reduzidos ao mínimo e o facto de a tal simplicidade corresponder uma ferramenta muito poderosa. Contra, estará a margem de erro das recolhas que, a ser importante noutras disciplinas, em Matemática não chega a ser relevante. Estes meios tecnológicos, a par dos materiais manipuláveis e das tarefas desafiantes, podem contribuir de forma decisiva para a criação de ambientes de aprendizagem ricos e motivadores.

Neste trabalho propõe-se uma situação de modelação de um fenómeno físico, possível de simular na sala de aula, tendo sido utilizado o CBL (*Calculator Based Laboratory*), o sensor do som e o programa adequado, bem como as calculadoras gráficas.

Esta tarefa foi realizada em grupo, com o objectivo dos alunos desenvolverem atitudes de interajuda e cooperação.

¹ In Matos, Carreira, Santos e Amorim (1994)

Eram objectivos específicos desta tarefa, que os alunos:

- se apropriassem ainda mais das tecnologias, reconhecessem as suas potencialidades e optimizassem a sua utilização na actividade matemática, aumentando a destreza no manuseamento das várias ferramentas compatíveis, calculadoras e sensores;
- adquirissem competências gráficas e algébricas, conceito de variável e sentido crítico em relação aos produtos obtidos, adquirindo autonomia em relação à tecnologia;
- interpretassem fisicamente os fenómenos fazendo conexões entre as situações reais e a matemática.

3. A PREPARAÇÃO DA TAREFA

O ambiente na escola

Em Julho, a tarefa conquistou-nos. Pensámos de imediato que seria boa para realizar no 1º período do 11º ano e também para o Atelier de Matemática e Tecnologia que iria decorrer na nossa escola de 20 a 24 de Novembro. Devido a essas características mais amplas, para além das professoras que iriam leccionar 11º ano (nós duas e a professora Aparecida que lecciona as outras 4 turmas do 11º ano) o assunto foi sendo discutido nas reuniões de grupo. Em particular, a Irene participou em todo o processo porque em Julho ainda se previa que fosse leccionar 11º ano, depois porque se tinha responsabilizado por montar o xilofone de garrafas a funcionar no Atelier e, por último, porque decidiu observar a aplicação da tarefa numa das turmas da Celina (com a qual tinha uma relação mais afectiva, dado que tinham sido seus alunos no 10º ano) para um trabalho para uma Oficina de Formação.

Podemos afirmar que o ambiente no grupo era favorável à realização da experiência e que havia uma certa expectativa em relação à forma como os alunos iriam reagir. No final havia curiosidade expressa nas perguntas: correu bem? Consegue-se perceber a música?

A escrita da proposta a entregar aos alunos foi feita no âmbito do trabalho sectorial do 11º ano.

Os recursos

Para a realização da tarefa eram necessárias garrafas, água, réguas, CBL, sensor do som, calculadoras gráficas e programa *sound*. Dado que não tínhamos sensores do som em

número suficiente, em Julho encomendámos os necessários, no âmbito do Projecto Ciência Viva, ao qual tínhamos concorrido para a realização de trabalho experimental interdisciplinar. Tivemos o cuidado de adquirir material compatível com as calculadoras que os alunos usam. Em relação às garrafas, experimentaram-se várias, compararam-se sonoridades e escolheram-se as de vidro com dois tamanhos diferentes – as mais pequenas, de 33 cl, para produzir sons através do sopro e as maiores, de 1 litro, para produzir sons através do toque com um objecto metálico e que se utilizaram no xilofone.

A metodologia e a avaliação

A forma de organização que melhor se adapta para o desenvolvimento deste tipo de actividade é o trabalho de grupo. Foi necessário fazer ajustes no número de grupos e de alunos por grupo, em cada uma das turmas, tendo em conta as características da tarefa e da recolha de dados.

No que diz respeito ao tempo estimou-se que seriam necessárias duas horas seguidas para a realização da actividade.

Decidimos ainda que a avaliação teria dois momentos. O primeiro, consistia na entrega do relatório descritivo do desenvolvimento da actividade a entregar no final da aula e o segundo que consistia na actuação do ‘coro de sopranos’ e que permitiria avaliar da afinação das notas musicais.

4. QUESTÕES MATEMÁTICAS E DE INTERPRETAÇÃO FÍSICA

A propagação do som

O som propaga-se pelo ar de uma maneira bastante parecida com as ondulações de um lago. Se atirmos uma pedra para um lago, a água à volta do ponto onde a pedra caiu começa a mover-se para cima e para baixo provocando ondulações que se vão afastando desse ponto.

Estas vibrações produzem oscilações de pressão no ar em volta que se propagam afastando-se sempre do ponto de origem, tal como acontece no lago. Quando as ondas de pressão chegam ao tímpano, fazem-no vibrar; essas vibrações são então traduzidas para impulsos nervosos e interpretadas como sons.

Estas ondas de pressão são aquilo a que chamamos ondas sonoras. Os sons que ouvimos todos os dias são geralmente a combinação de várias ondas sonoras diferentes. No

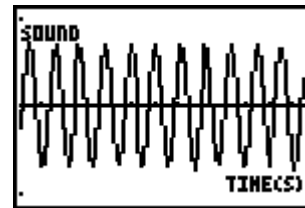
entanto, o som de um sopro numa garrafa corresponde a uma única onda sonora que pode ser descrita matematicamente usando as funções seno ou cosseno.

O efeito de Bernoulli

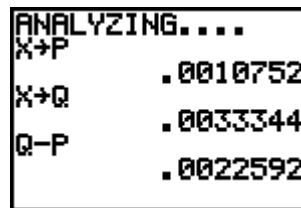
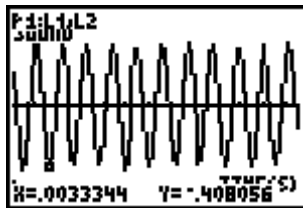
Tal como ao tocar uma flauta, soprar no topo do gargalo de uma garrafa dá origem ao efeito de Bernoulli. Em que consiste este efeito? O ar é empurrado para dentro da garrafa, o que perturba as moléculas de ar e produz excesso de ar que tenta sair. O processo repete-se produzindo regiões de altas e baixas pressões dentro da garrafa, o que origina a forma sinusoidal do gráfico da pressão em função do tempo.

Os dados

O programa mede a pressão que o ar exerce no sensor e permite fazer 99 recolhas em intervalos de tempo de 0,00025 segundos aproximadamente. O sensor foi colocado junto da garrafa, sendo a recolha feita quando o som proveniente do sopro estabilizava. Foram obtidos gráficos como o da figura ao lado.



Se observarmos, por exemplo, a onda correspondente a uma altura de 10 cm de água, podemos concluir que o período é de 0,0022592 segundos.



Fazendo o inverso do período, obtém-se a frequência, que neste caso é aproximadamente 443 Hertz, uma boa aproximação da nota musical LÁ.

5. AS TURMAS

A primeira turma em que fiz este trabalho foi a B, do 1º agrupamento, científico-natural, curso geral, opção técnicas Laboratoriais de Biologia e de Química, que contou nesse dia com 28 alunos, dos quais 9 eram do 12º ano com Matemática do 11º em atraso. A turma é maioritariamente feminina, bastante heterogénea no seu aproveitamento mas empenhada e interessada nas actividades propostas nas aulas.

A segunda experiência foi com uma turma do 3º agrupamento, económico-social, junção da turma G do curso geral com a turma M do curso tecnológico de Serviços Comerciais. São 23 alunos no total, com aproveitamento global fraco, apesar de se mostrarem interessados nos trabalhos das aulas.

Estes alunos não tinham sido meus no ano anterior e foi esta a primeira vez que fizeram uma tarefa de modelação matemática com recolha directa de dados usando o CBL.

6. REALIZAÇÃO DA TAREFA

Escolhido o dia, aquele em que a turma tem duas horas consecutivas de Matemática, o intervalo anterior à aula foi aproveitado para preparar a sala. Arrumadas as mesas de forma a que se constituíssem oito grupos de trabalho, colocou-se em cada mesa 1 CBL e respectivo cabo de ligação à calculadora, 1 sensor de som (microphone), 1 garrafa de vidro vazia, 1 garrafa de plástico com água e 1 régua.

Dada a existência de 8 notas musicais na escala, o mais conveniente seria que se constituíssem 8 grupos, para que cada um tivesse a seu cargo a calibragem de 1 garrafa. Isso foi possível na turma B, mas não na G+M, pois para isso eu teria que desfazer grupos de 4 elementos que habitualmente trabalhavam juntos, o que optei por não fazer. Assim, nesta turma, formaram-se 6 grupos e os 2 primeiros a terminar calibraram uma segunda garrafa, obtendo-se assim as 8 notas pretendidas.

Formados os grupos, apresentei as restantes professoras presentes. A Irene, que ajudou na preparação da tarefa e esteve presente durante a sua realização em ambas as turmas e outras duas colegas de Matemática que pretenderam observar de perto como decorria uma aula de modelação e estiveram presentes no primeiro tempo da turma B. Nessa turma, logo à entrada, ao ver 4 professoras, um aluno perguntou-me se eu estava a fazer estágio, o que revela a ideia de que, exceptuando tal situação, não é comum haver trabalho colaborativo entre professores na sala de aula.

Fiz uma breve explicação do CBL e da tarefa que iria ser desenvolvida, tendo sido, de seguida, distribuídas as fichas pelos alunos e transferido o programa *sound* para uma calculadora de cada grupo. Foi, ainda, entregue a cada grupo um pedaço de papel com uma nota musical inscrita, aquela que teriam de obter na sua garrafa.

Esperávamos que houvesse dificuldade na compreensão dos conceitos período (ou ciclo) e frequência, mas isso não aconteceu. Em ambas as turmas, os alunos determinaram facilmente a frequência correspondente ao gráfico apresentado na parte inicial e rapidamente concluíram que a frequência é o inverso do período. No entanto, em dois

grupos de turma G+M, houve alguma confusão na determinação do período nos gráficos obtidos posteriormente, pois consideravam o tempo decorrido desde a origem ao primeiro máximo relativo, em vez da diferença entre dois maximizantes ou dois minimizantes consecutivos. Daqui, concluímos que o exemplo apresentado não devia ser tão perfeito.



No decorrer da aula, foi relativamente fácil aprender a soprar correctamente na garrafa mas nem sempre os gráficos obtidos eram sinusóides. Verificámos que a existência de muitos sons e, em particular, de vários sopros simultâneos na sala, causava interferências originando gráficos “estranhos”, pelo que foi necessário pedir a alguns grupos que saíssem para o corredor e aí obtivessem o registo da onda

sonora pretendida, voltando de seguida à sala para continuar o trabalho.

No dia em que a turma B fez a tarefa a escola ainda não tinha 8 CBL's, de modo que cada grupo tivesse um só para si. Por esse motivo, foi necessário ir gerindo a distribuição dos 6 disponíveis, tentando que não houvesse grandes compassos de espera pelo material.

Alguns grupos pretendiam obter o valor exacto da frequência apresentado na tabela dada. Foi necessário explicar que um valor desviado de algumas (poucas) unidades já seria aceitável, dada a dificuldade com os meios de que dispúnhamos em obter dados muito rigorosos.

No segundo tempo lectivo, foi transmitida a indicação da hora a que todos deveriam ter a sua garrafa calibrada, de modo a que ficássemos com cerca de 15 minutos para o ensaio da orquestra.



No quadro, escreveram-se dois conjuntos de seqüências de notas musicais, correspondentes a duas melodias populares. Os representantes de cada grupo dispuseram-se em fila, ao fundo da sala, para se dar início ao ensaio pretendido. Na turma B, houve um problema técnico: nenhum dos elementos do grupo que calibrou a nota Mi era um bom soprador, pelo que, quando era a vez dessa nota, não se ouvia nada, o que causava gargalhada geral. Assim, após algumas tentativas falhadas, disponibilizou-se um elemento de outro grupo e finalmente a orquestra ficou funcional.

Nesta altura, éramos duas professoras na sala, ficando uma a fazer o papel de maestro, apontando para as sucessivas notas escritas no quadro enquanto outra filmava o desenrolar dos trabalhos, fazendo o registo dos momentos finais para a posteridade. Na primeira turma, a B, o ritmo com que eram apontadas as notas foi demasiado lento, o que dificultou a identificação das músicas. Na outra turma, a



G+M, corrigimos esse aspecto e assistimos a um momento lindo, que superou as minhas expectativas. Não só a música foi identificada como os alunos que não constituíam a orquestra a acompanharam cantando “As pombinhas da Cat’rina”.

7. RESULTADOS

Os relatórios

As frequências obtidas pelos grupos para as várias alturas de água indicadas são valores diferentes mas relativamente próximos. Por exemplo, para a altura de 4 centímetros de água, foram registadas frequências entre 243 e 265 Hertz, o que está certamente relacionado com as medições efectuadas com a régua.

Dois grupos apresentaram a mesma frequência para duas alturas consecutivas, por exemplo, 250 Hertz para 2 e 4 cm de altura de água. Isso resultou dos arredondamentos feitos para os maximizantes ou minimizantes consecutivos, os quais eram registados com 3 casas decimais mas apenas um algarismo significativo.

Opiniões

Na aula seguinte a este trabalho, solicitámos aos alunos o preenchimento de um questionário (anexo 2), através do qual pretendíamos recolher dados sobre a sua opinião acerca desta tarefa, a qual seria manifestada através de uma escala de 1 a 5, crescente relativamente ao grau de concordância com as afirmações apresentadas.

De um modo geral, os alunos manifestaram-se favoravelmente a este tipo de tarefas. A turma B achou “Vamos tocar uma música” mais fácil de interpretar do que a G+M, sendo, no entanto, significativo que apenas 3 alunos se manifestassem negativamente quanto a este aspecto. Quanto à facilidade de realização, a moda foi a nível 3 em ambas as turmas, com mais de metade das opiniões, tendo os restantes indicado níveis superiores. 83% dos alunos indicaram nível 4 ou 5 (clara concordância) quanto ao interesse despertado pela actividade. Foram $\frac{3}{4}$ dos alunos que revelaram que a sua realização lhes deu prazer e que com ela descobriram algo de novo. 98 e 96%, respectivamente, dos alunos acham que o trabalho de grupo foi adequado para a realização desta actividade e que foi bom o momento final de trabalho colectivo (o ensaio da orquestra). Que foi exigida criatividade aos alunos foi um item que colheu uma grande variedade de respostas, com moda 3 e o mesmo aconteceu com o item referente ao tempo dado para a realização do trabalho, embora com moda 5.

No mesmo questionário havia uma questão de resposta aberta sobre a importância desta actividade na aprendizagem da Matemática dos alunos. Seguem-se algumas respostas da turma B:

Penso que é importante porque mostra-nos o lado prático da Matemática. Dá-nos uma visão mais real e útil da Matemática. Desperta-nos maior interesse pela disciplina e possibilita uma melhor relação com os colegas e com os professores.

Esta actividade necessita de vários conhecimentos matemáticos, penso que teve alguma mas não muita importância na minha aprendizagem matemática, talvez tenha tido na relação Matemática/Música, penso que me ajudou muito na minha cultura geral mas nem tanto na minha cultura matemática.

Interpretação de gráficos. Perceber o que é a frequência e o período. Aprender a utilização e a utilidade do CBL. Distinguir sons dentro da mesma nota musical (tons mais graves ou mais agudos).

Bem... com a realização da actividade descobri uma coisa que nem sequer imaginava, que era fazer “som” com uma garrafa com água. Achei muito interessante. Acho que posso transmitir esta informação a quem desejar, pois sinto que sou capaz de o fazer.

E da turma G+M:

Esta actividade despertou mais o interesse para a matemática e obrigou a utilizar a matemática para resolver a actividade.

A importância destas actividades é absolutamente positiva, porque motiva os alunos a se desinibirem e aplicar conhecimentos e até poder esclarecer dúvidas.

É uma nova forma de aprender Matemática. Este tipo de actividades estimula o aluno a aprender porque além de aprendermos estamos a divertir-nos.

Ajudou-nos a entender melhor certos aspectos matemáticos e despertou interesse já há muito disperso. Fez com que nós trabalhássemos em conjunto e com que cada um colaborasse para um bom desempenho. Cativou-nos interesse por resolver correctamente a actividade. Foi importante para nos mostrar que existem actividades interessantes a nível da matemática e conseguir alcançar e despertar o interesse por aprender e descobrir uma nova etapa matemática mais avançada.

Quanto mais se enchia a garrafa mais agudo o som ficava e através do CBL obtivemos gráficos referentes ao som onde fomos descobrir a sua frequência através da regra de 3 simples.

Um pequeno comentário: a regra de 3 simples foi mencionada por bastantes alunos, quer dizendo que finalmente tinham compreendido a sua aplicação quer manifestando surpresa pela aplicação desta técnica simples ao estudo da frequência.

A Composição

Dias depois da realização desta actividade, as turmas fizeram um teste sumativo. Aproveitei a oportunidade para lhes pedir uma composição que me permitisse perceber até que ponto eles tinham a percepção da Matemática que esteve envolvida na realização daquela tarefa. Era a última questão do teste e tinha a seguinte redacção:

Numa das últimas aulas, a turma realizou a tarefa “Vamos tocar uma música”. Numa pequena composição, indica as principais ideias matemáticas que foram utilizadas na sua realização.

Foram as seguintes algumas das respostas:

As principais ideias matemáticas que foram utilizadas na realização da tarefa “Vamos tocar uma música” foram o cálculo da frequência. A noção de período e de ciclo. Utilizou-se também a regra 3 simples. Trabalhou-se com o Trace da máquina calculadora a fim de descobrir, no gráfico, os mínimos para podermos calcular a frequência.

A tarefa realizada na última aula intitulada “Vamos tocar uma música” ajudou-me na minha opinião a perceber o porquê das regras de 3 simples e o modo da sua utilização, ajudou-me também a trabalhar em grupo, analisar gráficos, enfim, foi uma experiência enriquecedora.

As principais ideias foram a utilização de cálculos para conseguir calibrar as garrafas, a utilização da máquina e o contacto com gráficos. Foi também a experiência e para verificarmos que a matemática é usada também na música.

Praticamente todos os alunos escreveram alguma coisa mas foram bastantes aqueles que ou não compreenderam realmente qual a Matemática envolvida ou simplesmente não interpretaram correctamente a questão colocada e decidiram escrever sobre a experiência de modelação em si mesma.

8. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Embora estando prevista a realização desta actividade em todas as turmas do 11º ano, não chegou a ser concretizada nas outras quatro turmas por opção da professora que, estando grávida e tendo que faltar, privilegiou a leccionação de conteúdos em detrimento da realização da tarefa de modelação.

Foi feita uma breve análise estatística das respostas ao questionário, turma a turma e globalmente, a qual se encontra no anexo 3.

Globalmente verifica-se que os itens mais valorizados pelos alunos são o prazer na realização, a descoberta de coisas novas, a realização da tarefa em grupo e o momento colectivo final. Os alunos consideraram a interpretação da tarefa fácil, mas manifestaram alguma dificuldade na sua realização.

Há itens em que as opiniões das várias turmas são consensuais, nomeadamente a adequação do trabalho de grupo e a oportunidade do momento colectivo. No entanto, apesar de não haver grandes antagonismos de posições verificam-se algumas discrepâncias dos resultados obtidos nas turmas em relação aos globais. Destaca-se a turma J que no prazer sentido e na descoberta de coisas novas tem apreciações bastante inferiores às globais. É notória uma maior dificuldade na interpretação referida pelas turmas dos cursos

tecnológicas e da área de economia. Em contrapartida a turma A sobressai pelas apreciações superiores às globais na maior parte dos itens.

9. CONCLUSÃO

A surpresa dos alunos face à ligação da Matemática à Música foi genuína, tendo este trabalho contribuído significativamente para uma visão diferente da Matemática, não tanto como um conjunto de regras e fórmulas, mas mais como uma ciência com papel preponderante no conhecimento e interpretação da realidade.

Conceitos como período e frequência adquiriram significado e uma maior interiorização. Cada cálculo efectuado, mesmo o mais elementar, tinha um papel a desempenhar, estando ao serviço do objectivo central que era a produção das notas musicais.

Pela nossa parte, gostámos do que fizemos e ficámos contentes pela forma como os alunos se empenharam. Também nós ficámos motivadas para continuar a procurar novas e significativas situações de modelação.

Valeu a pena!

A caminho dos ambientes de aprendizagem
baseados em tarefas desafiantes,
ricos em tecnologia
e materiais manipuláveis...

BIBLIOGRAFIA

Almiro, J. P., Canavarro, A P., (2000) Como transformar matemáticos em músicos, venha saber toda a verdade. Seminário T³ - Viseu

Fernandez, M. (1999). Making Music with Mathematics. *The Mathematics Teacher*. Vol 92 (2)

Giorgi, D. (1988). Transformações Afins, Sinusóides, Acústica. *Educação e Matemática* 6, 15-16.

Matos, J.F. et al (1994) *Ferramentas Computacionais na Modelação Matemática*. Lisboa: Faculdade de Ciências

T³. (1999). *Modelação no Ensino da Matemática*. Lisboa: APM

ME (1997). Programa de Matemática do Ensino Secundário. Lisboa: ME

Anexo 1

Escola Secundária Eng. Acácio Calazans Duarte, Marinha Grande

11º Ano

MATEMÁTICA

Outubro/ Novembro de 2000

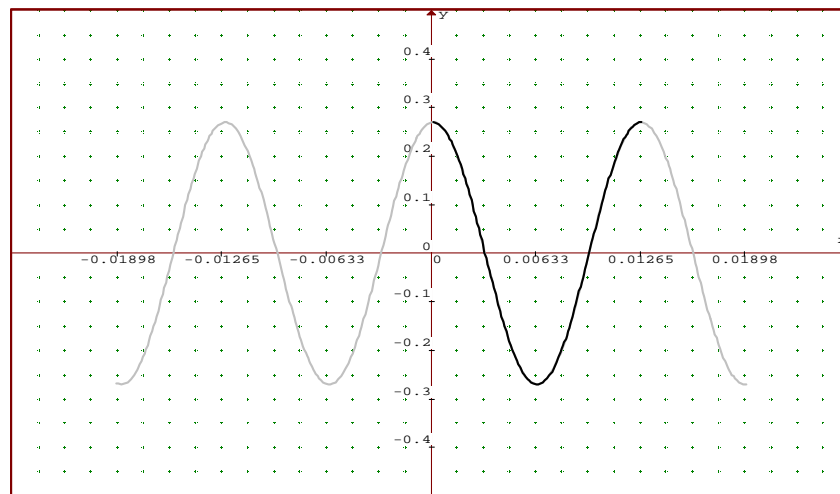
Notas:

1. No final da realização desta tarefa, cada grupo deve entregar apenas uma resolução. Sempre que, para uma dada questão forem encontradas diferentes resoluções, devem ser todas descritas.

VAMOS TOCAR UMA MÚSICA

Um som musical resulta de vibrações. Por exemplo, quando dedilhamos uma corda esticada, ela vibra e produz um som. A maneira como nos soa ao ouvido depende do número de vibrações da corda. Ao número de vibrações por segundo chama-se **frequência** do som.

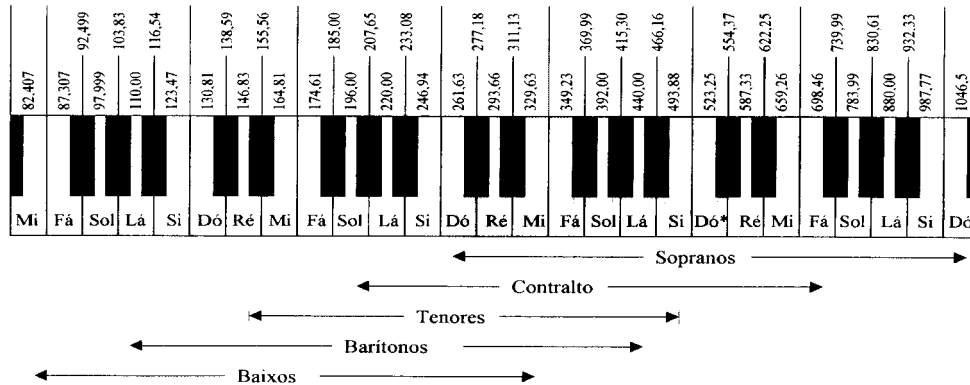
Quando um objecto vibra, provoca a vibração de todas as moléculas que estão à sua volta, produzindo ondas sonoras, que poderão ser musicais e são do tipo da da figura:



Na figura, a parte do gráfico a **bold** representa 1 vibração ou 1 ciclo. O tempo necessário para a realização desse ciclo chama-se **período**. Pode-se determinar a frequência da onda (número de ciclos por unidade de tempo – segundo) a partir dos dados do gráfico.

1. Como na figura não estão representados todos os ciclos que existem num segundo, é necessário começar por determinar quanto tempo demora cada ciclo (período). Determina-o.
2. Calcula a frequência da onda.

NOTAS MUSICAIS - FREQUÊNCIAS



Cada onda sonora tem a sua frequência, conforme se pode observar na tabela seguinte:

A frequência permite-nos distinguir sons agudos de sons graves e mede-se em Hertz (1 Hertz corresponde a um ciclo por segundo).

Como sabes comemorou-se no dia 1 de Outubro o dia Mundial da Música. Estreou-se, nesse dia, a Orquestra Sinfónica do Porto.

Vamos também nós formar uma orquestra não com violinos nem violoncelos mas com garrafas.

Para isso, teremos que calibrar as garrafas, ou seja, colocar em cada garrafa a quantidade de água necessária para produzir uma dada onda sonora, com determinada frequência, quando se sopra no seu topo.

Usaremos, para isso, uma garrafa, diferentes quantidades de água, uma régua, um CBL, um sensor de som (microfone) e uma calculadora TI83 com o programa SOUND instalado.

1. Completa a tabela abaixo.

Nível da água (medida desde o fundo)	Frequência (medida em Hertz)
10 cm (garrafa vazia)	
2 cm	
4 cm	
6 cm	
8 cm	
10 cm	

2. Cada grupo tem que produzir a nota musical que lhe foi atribuída. “Afina a tua garrafa” de modo a obtê-la. Para isso, toma como referência o quadro anterior e o piano da figura 2, considerando somente os valores da oitava sombreada.
3. No teu grupo elege o melhor “soprador”. Os eleitos vão formar a dita orquestra e vão actuar tocando a seguinte melodia:

Sol, Sol, Mi, Fá, Sol, Sol
Sol, Lá, Sol, Fá, Mi, Dó
Mi, Sol, Fá, Mi, Sol, Ré
Ré, Fá, Mi, Ré, Dó, Dó.

Anexo 2

Questionário sobre as Actividades de Modelação (A. M.)

Faz a tua apreciação sobre a actividade de modelação, que realizaste em grupo, assinalando o valor de 1 a 5 que corresponde à tua opinião.

	Discordo Completamente				Concordo Completamente
1. A A. M. é fácil de interpretar	1	2	3	4	5
2. A A. M. é fácil de realizar	1	2	3	4	5
3. A A. M. despertou-me interesse	1	2	3	4	5
4. Deu-me prazer realizar a A. M.	1	2	3	4	5
5. A realização da A. M. exigiu criatividade da minha parte	1	2	3	4	5
6. Na realização da A. M. descobri algo novo	1	2	3	4	5
7. O trabalho em grupo foi adequado para a realização desta A. M.	1	2	3	4	5
8. Achei bem que no fim do trabalho de grupo houvesse um momento de trabalho colectivo	1	2	3	4	5
9. O tempo dado para a realização desta A. M. foi adequado	1	2	3	4	5
10. Qual a importância desta Actividade de Modelação na tua aprendizagem da matemática?					

Anexo 3

Questão nº 1	Níveis	Turmas			Total de respostas por nível		
		B		G+M			
	y_i	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$
A actividade de modelação é fácil de interpretar	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	3	14	3	6
	3	11	41	12	57	23	48
	4	14	52	5	24	19	40
	5	2	7	1	5	3	6
Moda		4		3		3	

Questão nº 2	Níveis	Turmas			Total de respostas por nível		
		B		G+M			
	y_i	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$
A actividade de modelação é fácil de realizar	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	13	48	13	62	26	54
	4	11	41	6	29	17	35
	5	3	11	2	10	5	10
Moda		3		3		3	

Questão nº 3	Níveis	Turmas			Total de respostas por nível		
		B		G+M			
	y_i	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$
A actividade de modelação despertou-me interesse	1	0	0	0	0	0	0
	2	3	11	0	0	3	6
	3	4	15	1	5	5	10
	4	11	41	15	71	26	54
	5	9	33	5	24	14	29
Moda		4		4		4	

Questão nº 4	Níveis	Turmas			Total de respostas por nível		
		B		G+M			
	y_i	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$
Deu-me prazer realizar a actividade de modelação	1	0	0	0	0	0	0
	2	2	7	2	10	4	8
	3	6	22	2	10	8	17
	4	10	37	10	48	20	42
	5	9	33	7	33	16	33
Moda		4		4		4	

Questão nº 5	Níveis	Turmas				Total de respostas por nível	
		B		G+M		fi	fri(%)
A realização da actividade de modelação exigiu criatividade da minha parte	<i>y_i</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>
	1	2	7	1	5	3	6
	2	6	22	1	5	7	15
	3	11	41	8	38	19	40
	4	7	26	8	38	15	31
	5	1	4	3	14	4	8
Moda		3		3 e 4		3	

Questão nº 6	Níveis	Turmas				Total de respostas por nível	
		B		G+M		fi	fri(%)
Na realização da actividade de modelação descobri algo de novo	<i>y_i</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>
	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	8	30	4	19	12	25
	4	13	48	11	52	24	50
	5	6	22	6	29	12	25
Moda		4		4		4	

Questão nº 7	Níveis	Turmas				Total de respostas por nível	
		B		G+M		fi	fri(%)
O trabalho em grupo foi adequado para a realização desta actividade de modelação	<i>y_i</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>
	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	1	4	0	0	1	2
	4	7	26	7	33	14	29
	5	19	70	14	67	33	69
Moda		5		5		5	

Questão nº 8	Níveis	Turmas				Total de respostas por nível	
		B		G+M		fi	fri(%)
Achei bem que no fim do trabalho de grupo houvesse um momento de trabalho colectivo	<i>y_i</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>	<i>f_i</i>	<i>fri(%)</i>
	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	1	4	1	5	2	4
	4	6	22	4	19	10	21
	5	20	74	16	76	36	75
Moda		5		5		5	

Questão nº 9	Níveis	Turmas			Total de respostas por nível		
		B		G+M			
O tempo dado para a realização desta actividade de modelação foi adequado	y_i	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$	f_i	$f_{ri}(\%)$
	1	1	4	0	0	1	2
	2	1	4	4	19	5	10
	3	5	19	6	29	11	23
	4	10	37	5	24	15	31
	5	10	37	6	29	16	33
Moda		4 e 5		3 e 5		5	