MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

DIREÇÃO-GERAL DA EDUCAÇÃO

Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico

Dos 1.º ao 9.º anos de Escolaridade

I. Introdução

A adoção do Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico suscitou um conjunto de questões e a sinalização de vários problemas por parte das Escolas e dos Professores, pondo em causa a exequibilidade destes documentos.

Os principais problemas sinalizados prendiam-se com a extensão do Programa (que não potenciavam a consolidação das aprendizagens pelos alunos), com a antecipação de conteúdos e com a inadequação de alguns conteúdos às faixas etárias.

Para dar resposta às inúmeras solicitações dirigidas aos diversos Serviços Centrais do Ministério da Educação, bem como para salvaguardar o interesse dos alunos, foi constituído o Grupo de Trabalho de Matemática para o Ensino Básico, com vista à produção de orientações de gestão dos documentos curriculares em vigor.

O Grupo de Trabalho integrou elementos da Sociedade Portuguesa de Matemática, da Associação de Professores de Matemática e professores de Matemática dos Ensino Básico e Secundário em exercício, coordenado pela Direção-Geral da Educação.

Deste modo, as presentes Orientações visam constituir-se como documento orientador para a lecionação da disciplina de Matemática e regem-se pelo Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico. Com estas Orientações, pretende-se igualmente que todos os alunos tenham acesso a uma educação matemática de elevada qualidade, bem como que todos os intervenientes, no processo ensino-aprendizagem, possam trabalhar em conjunto, de forma a criar salas de aulas onde os alunos, das mais variadas proveniências socioculturais e com as mais diversas competências, consigam trabalhar com os professores, aprendendo e compreendendo importantes noções matemáticas, em ambientes equitativos e desafiadores.

As presentes Orientações de gestão curricular não pretendem, naturalmente, substituir-se ao Programa, o qual permanece integralmente vinculativo nos objetivos, conteúdos e conceitos que define. No entanto, em função da abertura que caracterizou a orientação de fundo da sua elaboração, o *Programa e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* optou por deixar indeterminada a abordagem de cada domínio e respetivos subdomínios, em termos dos recursos e das estratégias metodológicas.

Nestas orientações de gestão são identificados, relativamente ao documento curricular em vigor:

- *descritores* cuja abordagem pode aproveitar a natureza particularmente transversal do respetivo conteúdo e cuja aprendizagem pode assim ser progressivamente consolidada ao longo do ensino básico;
- *descritores* que podem ser eventualmente abordados em ano diferente daquele em que aparecem elencados nos documentos;
- *descritores* que poderão ser considerados para um nível de desempenho mais elevado.

Assim, em cada Domínio, que foi objeto de análise e para o qual foram apresentadas propostas de gestão, para não gerar ambiguidade, foi utilizada a mesma nomenclatura dos documentos curriculares. Deste modo, a sugestão de uma indicação metodológica ou de uma proposta de flexibilização é antecedida de informação relativa ao domínio respetivo. Assim, se a sugestão ou proposta for relativa a um conteúdo do domínio *Geometria e Medida* do 1.º ano de escolaridade, surgirá simplesmente a referência GM1.

Os domínios/conteúdos que constam do documento curricular *Programa e Metas Curriculares de Matemática* e que não merecem destaque nas presentes *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico* são para serem trabalhados, pelos professores, de acordo com as orientações dadas no mencionado documento curricular.

De referir ainda que a sugestão de gestão é feita por domínio, apresentando sempre uma proposta de gestão vertical do mesmo, dos 1.º ao 9.º anos de escolaridade do Ensino Básico.

II. Orientações de Gestão por Domínio

Domínios: *Números e Operações* e *Álgebra* (NO e ALG)

- Orientações metodológicas gerais

Durante o 1.º ciclo do ensino básico é fundamental que os alunos adquiram uma sólida proficiência no cálculo mental e consequentemente uma espontaneidade de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações.

O tratamento das frações, desde o 1.º ciclo do ensino básico, assim como a construção dos números racionais positivos que elas representam, devem ser efetuados com o possível rigor e de forma cuidadosa. Devem interpretar corretamente as dízimas finitas como uma notação alternativa para um tipo muito particular de frações, devendo evitar o recurso constante às dízimas sempre que pretenderem efetuar cálculos. A iniciação ao estudo das frações constitui um tema do 1.º ciclo do ensino básico, devendo procurar-se que os alunos assimilem os diferentes aspetos relacionados com esta temática.

Qualquer que seja a abordagem inicial que se faça do conceito de número racional representado na forma de fração, usando diversos modelos, é indispensável que, em determinado momento, o conceito fique associado à reta numérica, isto é, ao conceito de medida de comprimento. Nesse sentido, é fundamental a conexão entre os domínios *Números e Operações* (NO) e *Geometria e Medida* (GM).

No que diz respeito aos domínios NO e ALG, termina-se no 2.º ciclo do ensino básico o estudo das operações elementares sobre frações e completa-se a construção dos números racionais, com a introdução dos números negativos. Os alunos deverão, à entrada do 3.º ciclo do ensino básico, mostrar destreza mental e desembaraço na utilização de números racionais em contextos variados, relacionar de forma eficaz as suas diversas representações (na forma de: frações, dízimas, numerais mistos e percentagens), e tratar situações que envolvam proporcionalidade direta entre grandezas. Tal possibilita aos alunos um primeiro contacto com os métodos simbólicos próprios da ALG, que permitem deduzir e organizar determinados conhecimentos de forma estruturada.

Contudo, o trabalho de natureza algébrica deve ter início desde 1.º ciclo do ensino básico de modo articulado com o trabalho com o domínio NO, procurando estabelecer relações e identificar propriedades, no trabalho com NO e com GM.

Alunos que vivem diariamente num mundo cada vez mais digital, pelo que é importante que sejam usadas aplicações e ferramentas digitais para apoiar o ensino e aprendizagem matemática, em particular dos domínios NO e ALG. Exemplo disto são, designadamente: o *Scratch*, que, para além de uma iniciação a uma linguagem de programação, consequentemente envolve o pensamento lógico matemático, a estimação, coordenadas em referencial e variáveis, entre outros aspetos; os *applets* numéricos (por exemplo, retas numéricas) e algébricos (geradores de sequências, múltiplas representações, modelação algébrica,…); o *Excel* como uma das possíveis aplicações digitais, pois permite fazer a transição entre a abordagem numérica e a algébrica, nomeadamente com a reprodução em tabela disponibilizando múltiplas representações.

No 3.º ciclo do ensino básico, termina-se o estudo das operações sobre o corpo ordenado dos números racionais e dá-se início ao estudo das raízes quadradas e cúbicas. Todas estas operações são posteriormente alargadas aos números reais.

No que diz respeito ao domínio da ALG do 3.º ciclo do ensino básico, verifica-se a necessidade de gerir os descritores de forma a respeitar duas indicações do programa:

- "a abstração desempenha um papel fundamental na atividade matemática (…) é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, se faça de forma gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos e promovendo assim o gosto por esta ciência …"; (p. 1)

- "a aquisição de certos conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente" (p. 1). Este domínio poderá, em diversas situações, ser articulado com o domínio *Funções, Sequências e Sucessões* (FSS). Por exemplo, ao trabalhar o objetivo geral Definir sequências e sucessões (FSS7-5), pode aproveitar-se para fazer simplificação de expressões algébricas elementares no caso dos termos gerais de sequências de modo a introduzir-se informalmente os alunos à manipulação de expressões algébricas em contextos que lhes são mais familiares.

• Flexibilização e Gestão de Conteúdos

Domínio	Conteúdos	Indicação metodológica / Flexibilização
NO1	**Números naturais** Números naturais até 100; contagens progressivas e regressivas.	O professor deve incentivar a estruturação das contagens progressivas, sendo importante solicitar contagens de 2 em 2, de 5 em 5 e de 10 em 10 desde o 1.º ano de escolaridade. No início da aprendizagem dos números, as contagens estruturadas beneficiam do uso de materiais como o colar de contas, o ábaco horizontal e a moldura de 10.
	Adição Adições cuja soma seja inferior a 100 por cálculo mental, métodos informais e tirando partido do sistema decimal de posição.	Nos dois primeiros anos de ensino básico, a transição da representação horizontal do cálculo para a vertical deve recorrer ao cálculo mental, podendo ser utilizado, entre outros, o ábaco vertical. A representação vertical do cálculo, com recurso ao algoritmo, deve somente ser introduzida no 3.º ano de escolaridade.
	Adição Os símbolos «+» e «=» e os termos «parcela» e «soma»; -O símbolo «—» e os termos «aditivo»,	O professor deve utilizar uma linguagem matemática correta para que os alunos naturalmente a reproduzam, apropriando-se assim de um vocabulário adequado, nomeadamente no que se refere à utilização correta dos termos das operações. No entanto, reconhece-se que este processo pode ser adquirido mais tarde, dentro do 1.º ciclo do ensino básico.

	«subtrativo» e «diferença».	
NO2	**Números naturais** Números pares e números ímpares; identificação através do algarismo das unidades.	A distinção entre os números pares e ímpares está integrada nas primeiras aprendizagens dos números naturais, pelo que pode começar a ser abordada desde o 1.º ano do ensino básico.
	Multiplicação O símbolo «x» e os termos «fator» e «produto».	O professor deve utilizar uma linguagem matemática correta para que os alunos naturalmente a reproduzam, apropriando-se assim de um vocabulário adequado, nomeadamente no que se refere à utilização correta dos termos das operações. No entanto, reconhece-se que este processo pode ser adquirido mais tarde, dentro do 1.º ciclo do ensino básico.
	Números racionais não negativos Frações 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10, 1/100 e 1/1000 como medidas de comprimentos e de outras grandezas.	Pode iniciar-se o estudo deste conteúdo pelo descritor 11.3., compreendendo a fração unitária como a parte de um todo contínuo ou discreto que se toma para unidade. Para iniciar a abordagem do descritor 11.1., o professor pode utilizar materiais, como por exemplo as barras de *Cuisenaire* ou tiras de papel quadriculado, trabalhando as frações de denominador 2, 3, 4, 5 e 10 e só depois passar à sua representação a partir da decomposição de um segmento de reta. Na abordagem aos números fracionários, dever-se-á dar uma atenção especial ao conceito de unidade de referência (GM1-3.2. e GM2-3.1. e 3.2.). No caso particular das frações 1/100 e 1/1000, sugere-se a utilização de uma régua ou de uma fita métrica e as divisões lá marcadas, ou ainda a utilização de grelhas retangulares, por exemplo com 10×10 ou 20×50 quadrados. Estes conteúdos são iniciados no 2.º ano e atingidos plenamente no 3.º ano aquando do NO3.13. (números racionais representados por dízimas).
	Sequências e regularidades	Este conteúdo deve ser trabalhado em todos os anos de escolaridade de modo a permitir um desenvolvimento progressivo do pensamento algébrico nos alunos, em particular da capacidade de generalizar, constituindo-se como aplicação de outros conteúdos quando não houver claramente um descritor que o enquadre. Note-se que as informações facultadas aos alunos devem permitir, de forma inequívoca, identificar uma regularidade. No 2.º ano do ensino básico, deve ser privilegiada a utilização da

		linguagem natural para exprimir as regularidades identificadas, não obstante o uso da representação simbólica dos números, no caso da determinação de termos de uma sequência numérica.
NO3	**Números racionais não negativos**	Pode iniciar-se o estudo deste conteúdo pelo descritor 11.5., utilizando-se para o efeito materiais manipuláveis e/ou representações de barras de chocolates, ou outros. Evolui-se depois para a representação em papel das situações estudadas e para a abordagem dos descritores iniciais, associados à representação de frações na reta numérica, também aqui em conjunto com a medida de comprimento (GM3). Por exemplo, para posicionar $\frac{9}{4}$ na reta numérica e compreender o seu significado, o aluno, numa abordagem com o sentido de medida, poderá dividir uma *pizza* em 4 partes entendendo que precisa de ter mais outra *pizza*, totalizando $\frac{8}{4}$ e ainda mais um quarto de uma terceira *pizza*, ou seja, concluirá que $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$. (ver Nota C)
	Adição e subtração de números racionais não negativos representados por frações	Os descritores 12.1., 12.2. e 12.3., ao referirem sequencialmente a utilização da reta numérica como estratégia para a adição e subtração de números naturais e depois para a definição da adição e subtração de números racionais não negativos, revelam em que medida existe uma coerência e continuidade essencial na definição das operações, quando assim se alarga a classe dos números; permitem deste modo uma compreensão adequada das estratégias que se utilizem para abordar as operações no conjunto mais alargado de números. Salienta-se que os descritores 12.2., 12.3., 12.4. e 12.5. são considerados no Programa como podendo ser abordados com diferentes níveis de desempenho, de acordo com as características dos alunos e a gestão do tempo. O descritor 12.3. é o mais complexo, uma vez que apela à utilização da representação na reta numérica para a compreensão da operação de subtração como inversa da adição, o que constitui um desafio que pode não ser facilmente atingido por alguns alunos. Na abordagem dos descritores, a utilização de materiais manipuláveis, de desenhos ou de esquemas pode ajudar à compreensão das operações em causa. Nos descritores 12.2. e 12.3., a soma e a diferença de números racionais pode iniciar--se com casos mais simples de frações com o mesmo denominador. Numa primeira abordagem do descritor 12.6., a adição e a subtração podem surgir em contextos significativos

		associados ao trabalho que se faz de compreensão dos números racionais representados em fração, iniciando-se com situações mais simples em que os resultados das operações envolvem apenas frações menores ou iguais a 1, alargando-se progressivamente o trabalho com outras frações. Os descritores 12.6. e 12.7. pressupõem a escrita das representações fracionárias dos números e fundamentam as operações com dízimas abordadas no *Objetivo Geral* 13. *O descritor* 12.7., em particular, é fundamental para se conseguir em geral localizar uma fração na reta numérica entre dois números naturais consecutivos e pode ser trabalhado de um modo que permita consolidar o conceito de divisão inteira e o próprio conceito de fração. Contudo, chama-se a atenção para a articulação vertical deste tema do domínio NO3 com alguns conteúdos do NO4, do 1.º ciclo do ensino básico, ou do NO5, do 2.º ciclo do ensino básico; como tal, terão de serem forçosamente revisitados, como pré-requisitos. Estas operações de adição e subtração de números racionais não negativos representados por frações não se esgotam neste 3.º ano de escolaridade, e, como tal, o professor poderá fazer uma abordagem ligeira neste ano de escolaridade, dentro do contexto escola/turma.
NO4	**Multiplicação e divisão de números racionais não negativos** Ver Notas (A), (B) e (C)	O *Objetivo Geral 5* é indispensável para que se possa compreender o conteúdo dos descritores incluídos no *Objetivo Geral* 6, pelo que se trata de um conteúdo fundamental. Os descritores 5.4. a 5.7. constam da tabela de descritores com diferentes níveis de desempenho ou com desempenho de nível mais avançado (caso do descritor 5.7.). Ver nota (C) Ainda com o modelo da *pizza* referido nas indicações para o 2.º ano de escolaridade, o aluno poderá utilizar, por exemplo, uma abordagem para ilustrar como uma fração representa o resultado de uma divisão entre números naturais (NO4-5.4.), aqui associada ao sentido de partilha da divisão por um número natural, pensando em 9 *pizzas* a serem partilhadas igualmente por 4 amigos. Concluirá que cabe a cada um *2 pizzas* inteiras e $\frac{1}{4}$ da nona *pizza*, ou seja, os mesmos $\frac{9}{4}$ de *pizza* obtidos no exemplo do 2.º ano de escolaridade . Atendendo ao nível de complexidade que corresponde ao cumprimento deste objetivo, poder-se-á optar, se necessário,

		por trabalhar os descritores 5.4. a 5.6. com casos concretos e de aplicação, nomeadamente a propósito dos descritores 6.1. e 6.2. Mais concretamente, poder-se-á começar, por exemplo, por abordar, em 5.6., os casos em que $n = 10$ e relacionar logo com os conteúdos dos descritores 6.1. e 6.2.. Chama-se a atenção para o facto de as dízimas finitas serem uma notação alternativa para frações particulares. Assim, sugere-se a conexão entre estes dois tipos de representação (decimal e em fração), nomeadamente na construção da regra de multiplicar ou dividir por 0,1; 0,01 ou 0,001. Por exemplo, para se compreender por que razão dividir por 0,1 é o mesmo que multiplicar por 10 é fundamental perceber que a divisão é a operação inversa da multiplicação, como se explica no descritor 5.3.; por exemplo, $50 \times 0{,}1 = 5$ (descritores 5.1. e 5.2.) e 5 : 0,1 = $50 = 10 \times 5$. É muito importante a compreensão de que dividir por $\frac{1}{n}$ equivale a multiplicar por n, recorrendo a exemplos como se dividirmos 13 maças em metades ficamos com 26 metades. O professor poderá apenas fazer uma ligeira abordagem. Dada a transversalidade destes conceitos, terão de ser retomados, obrigatoriamente, no 2.º ciclo do ensino básico, como pré-requisitos.

Nota (A)

Dividir por $\frac{1}{n}$ equivale a multiplicar por n

Esta verificação não tem evidentemente que ser feita de modo puramente formal; pode aproveitar-se para revisitar o significado da divisão como "agrupamento", que é o sentido que resulta de considerar o quociente como o "fator esquerdo" (o "multiplicador") desconhecido numa multiplicação em que se conhece o outro fator (o "multiplicando") e o produto. Assim, procura saber-se quantas parcelas ("quantos grupos", quantos segmentos, quantos pedaços de *pizza*…) é necessário "reunir" ("concatenar" ou seja, "justapor extremo a extremo", no caso dos segmentos…) para se chegar ao dividendo, se cada parcela ("cada grupo", cada segmento, cada pedaço de *pizza*,…) tiver "dimensão" (número de elementos, medida de comprimento, medida de área,…) igual ao divisor. No caso particular da divisão por **0,1**, para "formar uma unidade" são precisos dez "grupos" com "dimensão" **0,1**, pelo que para se "chegar" à "dimensão" do dividendo serão necessários tantos grupos quanto o produto de dez pela "dimensão" do dividendo.

Esta ligação do conceito de divisão ao de multiplicação é muito importante, pelo facto de a multiplicação ser comutativa, levando à existência de duas interpretações básicas do conceito de divisão. Por exemplo, a outra interpretação, em que o "fator desconhecido" é o segundo (o "multiplicando") e que se costuma designar por "partitiva" ou "como partilha equitativa", é a que permite concluir que a fração $\frac{m}{n}$ é o resultado da divisão m : n (outro dos descritores de leitura mais difícil). Para partilhar equitativamente uma grandeza de medida m em n partes iguais, cada parte deve ter medida $\frac{m}{n}$ (porque $n \times \frac{m}{n} = m$ …). É importante perceber que isto não é uma tautologia nem uma evidência, pois a fração $\frac{m}{n}$ não se obtém à partida por divisão de uma grandeza de medida m em n partes iguais, mas sim da decomposição da unidade em n partes iguais e posterior composição de m exemplares com a mesma "grandeza" (comprimento, área, número de elementos, etc.) de cada uma dessas partes resultantes da decomposição da unidade.(ver Nota (C)).

Nota (B)

Articulação vertical com o domínio NO5

Ainda em relação ao objetivo geral de multiplicar e dividir números racionais não negativos, chama-se também a atenção para a articulação vertical deste tema do domínio NO4 com alguns conteúdos do domínio NO5, do 2.º ciclo do ensino básico. Estas operações de multiplicação e de divisão por casos particulares de números racionais positivos, que admitem uma representação da forma $\frac{1}{n}$, são posteriormente estendidas à multiplicação e à divisão de racionais positivos. Assim, esta abordagem no 1.º ciclo do ensino básico constitui apenas, no âmbito do Programa, a primeira etapa de uma aprendizagem que se vai complementando em todo o Ensino Básico, permitindo dar significado às operações com dízimas que, por exemplo, surgem no domínio GM. Mais uma vez é aconselhável tratar esta parte do domínio NO4 em conjunto, neste caso, com o GM4-4 (*medir comprimentos e áreas*); no GM4-4.4. antecipa-se o produto geral de frações para o caso particular das que são expressas por dízimas (aqui finitas, é claro) no caso específico do cálculo da área de um retângulo de lados com medidas expressas por dízimas, com a estratégia de efetuar conversões prévias de unidades que permitam determinar o cálculo com números naturais. Ao voltar-se a converter para as unidades primitivas obtém-se naturalmente o produto das dízimas iniciais, ficando assim implicitamente antecipada esta definição; embora ainda não esteja inteiramente "legitimada" com uma definição que só aparecerá no caso mais geral no 5.º ano de escolaridade, já terá sido preparada com o trabalho desenvolvido com a iniciação às operações sobre frações (e em particular dízimas) até agora desenvolvido. Esta abordagem permite depois justificar a utilização dos algoritmos da multiplicação e divisão também no caso de números representados por dízimas, que de outro modo ficariam desprovidos de sentido.

Nota (C)

Dividir uma *pizza* em quatro e depois tomar nove bocados (obriga a considerar três *pizzas*, é claro) é um exemplo que pode ser apresentado no 3.º ano de escolaridade, pois utiliza a noção básica de fração enquanto medida de uma grandeza, fixada uma unidade, noção essa que depois permite identificar um número racional não negativo como um ponto da reta numérica, utilizando a medida de comprimento facultando aos alunos uma representação a que podem ancorar o conceito de número racional em continuidade com o de número natural. Note-se que considerar a abordagem que consiste em dividir nove *pizzas* em quatro partes iguais, utilizando a noção de divisão no quadro dos números racionais não negativos, depois de se saber já o que é multiplicar um número racional por um número natural e portanto o que é dividir por um número natural (em particular, o que é dividir um número natural qualquer por um número natural qualquer), só faz sentido no 4.º ano de escolaridade. Não é outro sentido de fração, nem do traço de fração paralelo ao de medida; é uma propriedade que tem de ser estudada e trabalhada com cuidado e este exemplo, recordando o que se fez antes no 3.º ano de escolaridade, é um bom exemplo de como os $\frac{9}{4}$ de *pizza*, construídos usando o procedimento básico das medidas de grandezas, acaba por ser também o resultado de uma divisão. Mas não se pode dividir num quadro numérico que ainda não existe! Antes de se dispor das frações e portanto dos racionais não negativos não se consegue dividir 9 por 4, pois ainda não dispomos de nenhum número que multiplicado por 4 dê 9 (na linguagem das *pizzas*: enquanto não soubermos o que são $\frac{9}{4}$ de *pizza* não podemos falar num número de *pizzas* que corresponda à partilha equitativa de 9 pizzas por quatro pessoas). Note-se ainda que uma das confusões que costuma ocorrer é entre divisão inteira, sempre possível no quadro dos naturais e que se pode utilizar já no 3.º ano de escolaridade para concluir que $\frac{9}{4}$ é o mesmo que 2 + ¼, e divisão exata, conceito que, começando a ser alargado aos racionais no 4.º ano de escolaridade, permitirá concluir que $9:4=\frac{9}{4}$; mas no segundo exemplo da *pizza* é de divisão exata que se trata.

Domínio	Conteúdos	Indicação metodológica/Flexibilização
NO5 **e** **ALG5**	**Números Naturais** Algoritmo de Euclides.	O algoritmo de Euclides representa uma oportunidade de se fazer uma ligação à História da Matemática. Os descritores 3.3. a 3.6. são indispensáveis a uma compreensão adequada do Algoritmo de Euclides. Desta forma, os alunos podem trabalhar estes descritores com casos particulares que possam ser generalizáveis e assim consolidarem os conhecimentos sobre divisibilidade. No final do 2.º ciclo do ensino básico, quando os alunos já tiverem conhecimento, de vários processos para a determinação do m.d.c., poderão optar por utilizar o método que julgarem mais adequado à situação em estudo.
	Números Naturais Relação entre o máximo divisor comum e o mínimo	A relação entre o m.d.c e o m.m.c. pode ser abordada de modo a que a mesma seja conjeturada pelos alunos.

	múltiplo comum de dois números.	
	Números racionais não negativos Adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais não negativos representados na forma de fração **Expressões algébricas e propriedades das operações**	Os conteúdos cuja aprendizagem está prevista neste *Objetivo Geral* de NO5 relacionam-se obrigatoriamente com aqueles que já foram trabalhados no 1.º ciclo do ensino básico. Os professores devem verificar se os pré-requisitos relativos a este tema estão cumpridos e, caso assim não aconteça, devem efetuar a respetiva recuperação pois são imprescindíveis à prossecução da aprendizagem de forma coerente e consistente. Essa recuperação deve seguir, por isso, os passos previstos em NO4, para que possam compreender os procedimentos mais gerais definidos em NO5. A abordagem deste *Objetivo Geral* de NO5 pode fazer-se em simultâneo com o *Objetivo Geral 1* de ALG5. As propriedades da divisão de números racionais não negativos, utilizando a notação generalizada do traço de fração para representar a divisão, correspondente aos descritores ALG5 1.7. a 1.9., serão abordadas no 6.º ano de escolaridade.
NO6	**Números naturais** Crivo de Eratóstenes.	O crivo de Eratóstenes é uma abordagem metodológica para determinar os números primos, representando uma oportunidade de se fazer uma ligação à História da Matemática.
	Teorema fundamental da aritmética e aplicações.	É relevante que os alunos dominem a aplicação do teorema fundamental da aritmética.
	Números racionais positivos e negativos **Adição e subtração**	No 2.º ciclo do ensino básico completa-se a construção dos números racionais, introduzindo os negativos. No caso da representação em fração, o professor pode trabalhar com frações com o mesmo denominador, completando-se no 3.º ciclo a aprendizagem do tema números racionais.
ALG7	**Raízes quadradas e cúbicas** Produto e quociente de raízes quadradas e	Esta é uma primeira abordagem das raízes quadradas e cúbicas sempre relacionadas, respetivamente, com quadrados perfeitos e cubos perfeitos. Mais tarde, ainda neste ciclo, no 8.º ano (por exemplo, aquando do Teorema de Pitágoras) e 9.º ano (por exemplo, aquando do Conjunto dos Números Reais) será possível efetuar um estudo mais geral. Já no ensino

	cúbicas.	secundário, 10.ºano, completa-se o estudo dos radicais.
	Equações algébricas Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução.	Em conformidade com o referido na página 42 do *Caderno de Apoio*, os professores podem optar por outras abordagens metodológicas para iniciar o estudo deste tema, mas devem trabalhar também a interpretação incluída nos descritores. Note-se que a interpretação incluída no descritor 3.1. poderá ser revisitada no 8.º ano, aquando da resolução dos sistemas de equações e do estudo das funções afim.
ALG9	**Inequações** Inequação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução.	O que é essencial na utilização da noção de função no estudo das inequações é a ideia de que para resolver uma inequação é necessário saber qual o domínio considerado para as expressões que figuram em ambos os membros da inequação e que, para verificar que determinado valor dado é solução, basta averiguar que está no domínio considerado, e que substituindo na inequação se obtém uma desigualdade verdadeira, não sendo necessário aplicar mecanicamente regras para a resolução de inequações e só depois verificar se o valor está entre as soluções encontradas. Contudo, em conformidade com o referido na página 129 do *Caderno de Apoio*, os professores podem optar por outras abordagens metodológicas para iniciar o estudo deste tema.

• Fundamentação das transições de Ciclo

I. De NO4 para NO5

É muito importante que a aquisição do conceito de número racional seja realizada tão cedo quanto possível, que as operações com números racionais não negativos sejam trabalhadas em coerência com a aprendizagem efetuada para os números naturais, e que a representação na forma decimal seja relacionada com a estudada inicialmente, ou seja, a representação na forma de fração. Assim, as operações com números racionais não negativos apresentadas no 1.º ciclo do ensino básico permitem que, de forma coerente, se definam as operações com números racionais na forma decimal. Deste modo, os conteúdos referentes ao *Objetivo Geral* 5 são, de uma maneira geral, pré-requisitos dos conteúdos constantes do *Objetivo Geral* 6, pelo que são essenciais. No entanto, e porque as operações com números racionais não negativos são trabalhadas com toda a generalidade no 5.º ano de escolaridade, podem abordar-se os descritores 5.4., 5.5. e 5.6. privilegiando os exemplos relacionados com 6.1. e 6.2. e concluir o estudo das operações em NO5.

II. De NO5 para NO6

O estudo dos números racionais negativos exige uma rutura cognitiva com o estudo dos números racionais positivos, pelo que a abordagem inicial que é feita no 2.º ciclo do ensino básico não deve ser intensiva. No 3.º ciclo do ensino básico, os números racionais negativos serão de novo abordados, nomeadamente para complementar o estudo das operações, dado que, no 2.º ciclo do ensino básico, o trabalho com os números racionais na forma de fração pode restringir-se às frações com o mesmo denominador para que seja mais acessível a representação dos números na reta orientada e a determinação da soma e diferença de números racionais.

Domínio: *Geometria e Medida* (GM)

• Orientações metodológicas gerais

No domínio GM, é fundamental ter em conta que a aprendizagem inicial deve privilegiar a manipulação, observação e análise de objetos e materiais específicos. É a partir das observações, descrições e representações de objetos e imagens que os alunos começam a descrever propriedades e relações geométricas, caminhando assim, passo a passo, na direção da abstração que constitui o espaço euclidiano. A introdução do vocabulário próprio do tema deve surgir integrada na abordagem dos conceitos. Destas considerações, decorre que a aprendizagem da Geometria deve partir da observação de relações espaciais entre objetos concretos e de formas tridimensionais e que o domínio dos vários conteúdos da Geometria se traduz na compreensão de conceitos geométricos e na sua operacionalização, nomeadamente ao nível da resolução de problemas.
Assim, no 1.º ciclo do ensino básico, é fundamental desenvolver:

- a visualização espacial, descrevendo e construindo figuras no plano e no espaço e identificando as suas propriedades, bem como as relações entre objetos no espaço envolvendo ou não o ponto de vista do observador (conduzindo aos conceitos geométricos básicos de alinhamento e comparação de distâncias);
- a compreensão das grandezas dinheiro, comprimento, massa, capacidade, volume e tempo;
- a progressiva compreensão do que é uma unidade de medida e do processo de medição;
- a resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversificados.

A visualização espacial inclui capacidades relacionadas com o modo de ver o mundo que nos rodeia e com a modificação e antecipação da modificação de objetos. É importante que desde o 1.º ciclo do ensino básico os alunos desenvolvam a sua observação do espaço e do plano, especificando posições, descrevendo relações espaciais e adquirindo experiência na utilização de diversos tipos de representações.

Salienta-se que a progressiva apropriação do que é uma unidade de medida e do processo de medição inclui a compreensão dos atributos mensuráveis dos objetos, das unidades de medida e dos processos de medição e estrutura-se em etapas que começam na comparação direta das grandezas de objetos e na medição das grandezas usando unidades de medida não padronizadas. De facto, antes de introduzir as unidades de medida do sistema SI, é fundamental que, tal como é preconizado no programa, os alunos tenham realizado experiências de medição de grandezas com diferentes unidades de medida e as tenham registado e comparado. Associada à medição de grandezas pode estar a estimação da medida de grandezas. Finalmente, um aspeto essencial à aprendizagem é a resolução de problemas associados às diferentes grandezas.

No 3.º ciclo do ensino básico, aquando do estudo das figuras geométricas, a resolução de problemas envolvendo triângulos e quadriláteros pode ser considerada como ponto de partida para a abordagem destes conteúdos, para que os alunos se apropriem das definições e compreendam a sua importância.

Ao nível do raciocínio matemático, é a capacidade de argumentação apoiada em procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos que deve ser desenvolvida nos alunos e, portanto, é essencial estimular os alunos a fundamentarem matematicamente as suas afirmações, em todas as atividades matemáticas que realizarem, seja a resolução de problemas, as atividades de investigação, o reconhecimento de conjeturas e de propriedades ou a resolução de exercícios. O professor deve criar momentos em que os alunos usem de forma adequada, consistente e progressiva a notação, a simbologia e o vocabulário específicos da Matemática, bem como a representação simbólica de dados, ideias, conceitos e situações matemáticas sob diversas formas. É importante que os alunos adquiram facilidade em passar informação de uma forma de representação para outra, de modo a obterem diferentes perspetivas de uma mesma situação.

- ## Flexibilização e Gestão de Conteúdos

Domínio	Conteúdos	Indicação metodológica/Flexibilização
GM1	**Localização e orientação no espaço** Relações de posição e alinhamentos de objetos e pontos; Comparação de distâncias entre pares de objetos e pontos.	A ênfase deve ser colocada na localização e orientação em contextos concretos da vida de todos os dias, sendo de explorar as relações perspetivadas a partir da identificação de pontos de referência e itinerários e da análise de plantas. Deve dar-se especial atenção aos alinhamentos, que constituem a realização prática do conceito de direção, utilizando também testes de ocultação com objetos (alguns eventualmente distantes) ou envolvendo mesmo os próprios alunos. Também na comparação de distâncias entre pares de objetos e pontos, estes podem estar assinalados em mapas e plantas, mas é também importante efetuar transportes de distâncias e comparação das mesmas no contexto do espaço ambiente, aproveitando o espaço disponível na escola, eventualmente até fora da sala de aula.
	Figuras geometricamente iguais.	Pode ser abordado associado ao conteúdo "Figuras geométricas".
	Figuras geométricas Partes retilíneas de objetos e desenhos; Partes planas de objetos.	A identificação de partes retilíneas deve decorrer da análise de objetos e desenhos que poderão ter, naturalmente, partes retilíneas mas também partes curvas, pelo que o trabalho associado a este conteúdo envolve a distinção entre as partes retilíneas e curvas dos objetos, e pode ser associado a testes de ocultação.
	Segmentos de reta e extremos de um segmento de reta;	O trabalho em geometria no 1.º ciclo incide essencialmente em figuras tridimensionais e bidimensionais, pelo que a noção de segmento de reta surge inicialmente enquanto lado

	Comparação de comprimentos e igualdade geométrica de segmentos de reta.	de um polígono e aresta de um sólido e deve ligar-se ao conceito de alinhamento. O conceito de segmento de reta é associado à medida de comprimento e à representação dos números naturais na semirreta orientada.
	Figuras planas: retângulo, quadrado, triângulo e respetivos lados e vértices, circunferência, círculo.	O reconhecimento do quadrado como caso particular do retângulo (descritor 2.5.) corresponde a uma classificação inclusiva hierárquica que, pela sua complexidade, pode não ser atingida por todos os alunos no 1.º ano de escolaridade, prevendo-se a sua concretização até ao final do 3.º ano de escolaridade.
	Medida **Distâncias e comprimentos** Unidade de comprimento e medidas de comprimentos expressas como números naturais.	O professor deve dar atenção às várias etapas do processo de aprendizagem da medida, sendo que deve iniciar a medição de comprimentos usando unidades de medida não convencionais (cf. *Caderno de Apoio* GM1-3.1. a 3.4.). É importante ainda que se façam comparações e ordenações das medidas de comprimentos e os respetivos registos, sendo de privilegiar a resolução de problemas envolvendo comprimentos. (GM1-3.1. a 3.4.)
	Área Figuras equidecomponíveis e figuras equivalentes.	Pode ser iniciado no 1.º ano do ensino básico e atingido plenamente no 2.º ano do ensino básico. No 2.º ano do ensino básico pode ser feito um trabalho articulado com os outros aspetos relacionados com a grandeza área (unidade de medida não convencional, medição usando unidades de medida não convencionais). É importante que desde cedo os alunos reconheçam que duas figuras com diferentes formas mas equidecomponíveis têm a mesma área. A ênfase do trabalho deve incidir na apropriação do conceito de área.
GM2	**Localização e orientação no espaço** - Itinerários em grelhas quadriculadas; - Voltas inteiras, meias voltas, quartos de volta, viragens à direita e à esquerda.	Importa dar sentido às voltas, meias voltas e quartos de volta em deslocamentos e na descrição desses deslocamentos em itinerários marcados em grelhas quadriculadas. O trabalho é iniciado no 1.º ano de escolaridade com continuidade no 2.º ano de escolaridade, sendo que os quartos de volta podem ser concluídos no 2.º ano de escolaridade.
	Figuras geométricas Retas e semirretas	O trabalho em geometria no 1.º ciclo incide essencialmente no estudo de figuras tridimensionais e bidimensionais, sendo que o estudo de retas e semirretas, enquanto objetos matemáticos nas suas relações mútuas, formando figuras

		ilimitadas (retas paralelas intersetadas por secantes, igualdades de ângulos em situações particulares, etc.) será atingido de forma mais robusta no 2.º ciclo do ensino básico, apesar de se iniciar no 1.º ciclo do ensino básico associado nomeadamente quer ao conceito de alinhamento de pontos no espaço e ao reconhecimento de partes retilíneas em objetos no espaço envolvendo grandes distâncias, em desenhos, etc., quer ao conceito de ângulo e à representação de números na semirreta orientada. A noção de reta pode ser trabalhada em conexão com as relações de paralelismo e de perpendicularidade, pelo que a representação de retas paralelas e perpendiculares pode ser atingida no 4.º ano de escolaridade. Note-se em particular que a aquisição da noção de semirreta é fundamental para a compreensão da noção de ângulo, uma vez que se trata de uma região do plano delimitada, num certo sentido, por duas semirretas de origem comum.
	Parte interna e externa de linhas planas fechadas.	Estes conceitos decorrem diretamente do que se propõe analisar em termos da localização e orientação no espaço, pelo que podem ser abordados no 1.º ano associados a este conteúdo.
	Triângulos isósceles, equiláteros e escalenos; Quadriláteros (retângulo, quadrado e losango).	Pode ser iniciado no 2.º ano e atingido plenamente no 4.º ano de escolaridade. A classificação formal e hierárquica (a partir da análise das propriedades das figuras e da sua organização lógica) é complexa para poder ser concluída por alunos do 2.º ano de escolaridade. No 2.º ano de escolaridade, a classificação pode começar por se basear na comparação das figuras e na análise de algumas das suas propriedades, nomeadamente com critérios formulados pelos alunos, para que a classificação formal seja apreendida, posteriormente, com maior facilidade.
	Atributos geométricos e não geométricos de um objeto.	Ser ou não ser um atributo geométrico passa pela perceção global do objeto, aspeto ao alcance das crianças mais novas, pelo que deve ser abordado desde o 1.º ano. Aliás, é um aspeto que já vem a ser trabalhado desde a educação pré-escolar (com os blocos lógicos, por exemplo).
	Medida **Distância e Comprimento** Subunidades de	É importante que os alunos percebam a necessidade de dividir uma unidade de medida em subunidades. Contudo, pode ser difícil de visualizar, no 2.º ano, as subdivisões de um comprimento do tipo um milésimo da

	comprimento: um meio, um terço, um quarto, um quinto, um décimo, um centésimo e um milésimo da unidade.	unidade. Assim, estas subdivisões podem ser atingidas no 3.º ano, em concordância com o verificado em NO2, no que respeita à utilização de 1/1000 pelos alunos, também a ser atingida no 3.º ano.
	Unidades do sistema métrico.	Dando continuidade à medição de comprimentos usando unidades de medida não convencionais, devem ser introduzidas as medições de comprimentos utilizando unidades de medida convencionais. As unidades do sistema métrico (o milímetro) podem ser atingidas no 3.º ano de escolaridade, uma vez que devem ser articuladas com a introdução dos números racionais não negativos na representação decimal.
	Perímetro de um polígono.	No 2.º ano de escolaridade, o perímetro de um polígono deve ser determinado em casos particulares em que os seus lados possuem medidas de comprimentos expressas como números naturais. Pode ser determinado usando unidades de medida não convencionais envolvendo a utilização de materiais manipuláveis (por exemplo, os pentaminós) ou polígonos construídos numa grelha quadriculada cujos lados coincidam com o traçado da grelha quadriculada. Este conteúdo deve ser atingido no 3.º ano de escolaridade, de modo a poder ser articulado com o uso de unidades de medida do sistema métrico.
	Volume e capacidade	O professor deve dar atenção às várias etapas do processo de aprendizagem da medida, sendo que deve iniciar a medição de volumes e capacidades usando unidades de medida não convencionais. É importante ainda que se façam comparações e ordenações das medidas de volumes e capacidades. No que respeita à aprendizagem do volume, a sequência de conteúdos a adotar deve ser a seguinte: comparação de volumes de sólidos formados por cubos de encaixe de arestas iguais, medidas de volume em unidades não convencionais, comparação de volumes de objetos por imersão em líquido contido num recipiente, unidade de medida de volumes e medida de volumes, medição de volumes usando unidades de medida não convencionais. No que respeita à aprendizagem da capacidade, a sequência de conteúdos a adotar deve ser a seguinte: comparação de capacidades de recipientes (por enchimento), ordenação de

		capacidades de recipientes, unidade de medida de capacidades e medida de capacidades, medição de capacidades usando unidades de medida não convencionais, o litro como unidade de medida de capacidade.
	Dinheiro Contagens de dinheiro em euros e cêntimos envolvendo números até 1000.	O professor pode incidir na resolução de problemas com dinheiro (apenas em euros ou apenas em cêntimos) envolvendo números até 1000.
GM3	**Localização e orientação no espaço** -Segmentos de reta paralelos e perpendiculares em grelhas quadriculadas; -Direções perpendiculares e quartos de volta -Direções horizontais e verticais; -Coordenadas em grelhas quadriculadas.	Pode ser iniciado no 3.º ano e atingido plenamente no 4.º ano de escolaridade. Na sequência do que foi trabalhado nos anos anteriores, é importante que o professor, no 3.º ano, aborde a leitura e o uso de mapas e plantas. Estes conteúdos exigem um poder de abstração que ainda não está ao alcance de algumas crianças do 3.º ano. As relações de paralelismo e de perpendicularidade podem ser abordadas relativamente à localização de pontos de referência em grelhas quadriculadas. Também podem ser abordadas no estudo das figuras geométricas tridimensionais e bidimensionais. Estas relações devem estar associadas às noções de retas paralelas e perpendiculares no plano e, posteriormente às de segmentos de reta paralelos e perpendiculares no plano. Para a perpendicularidade devem aproveitar-se, desde o 1.º ano, os inúmeros exemplos à disposição dos alunos de retângulos com lados em posição vertical e horizontal, nomeadamente as paredes da sala de aula; assim, ainda antes de se introduzir o conceito de perpendicularidade, este já está implícito no reconhecimento dos retângulos que se pode desde logo associar ao exemplo fisicamente fundamental das direções horizontais e verticais.
	Medida **Área** Fórmula para a área do retângulo de lados de medida inteira	É importante que a construção da fórmula da área do retângulo seja feita com recurso a unidades de medida de comprimento não convencionais (como se preconiza nos descritores GM3-3.5. a 3.8.). A fórmula é válida quando se toma para unidade de medida um quadrado com lados de medida 1, ou seja, iguais à unidade de comprimento prefixada; uma contagem estruturada utilizando o conceito de multiplicação conduz à compreensão e construção da fórmula. Note-se que esta

		fórmula apenas é válida, a este nível, para retângulos cujos lados tenham, para a unidade escolhida, medida inteira. Será posteriormente estendida, no 2.º ciclo do ensino básico, a retângulos de lados de medida racional e, posteriormente, a retângulos de lados de medida real. No 4.º ano de escolaridade, o conceito de multiplicação conduz à compreensão e à construção da fórmula. Só depois deste trabalho com unidades quadradas baseadas em unidades de comprimento não convencionais se deve introduzir o metro quadrado (GM3-3.9.). Este estudo continua aquele que foi iniciado no 2.º ano de escolaridade, em que se medem áreas com unidades de medida não necessariamente quadradas e obviamente não convencionais. A estimação de áreas por enquadramento deve estar associada à respetiva medição, devendo também abordar-se a resolução de problemas de áreas usando unidades de medida não convencionais, como se preconiza no programa, desde o 2.º ano do 1.º ciclo do ensino básico (GM2-4.1. e 4.2.).
GM4	**Localização e orientação no espaço** Ângulo formado por duas direções; vértice de um ângulo; Ângulos com a mesma amplitude; A meia volta e o quarto de volta associados a ângulos.	Importa compreender a noção de ângulo de um modo intuitivo e global. Assim, o ângulo pode ser abordado de um modo dinâmico associado ao objetivo de situar-se e situar objetos no espaço (por exemplo, na associação de ângulos à meia volta e ao quarto de volta e à localização de objetos no espaço em duas direções diferentes relativamente ao observador) e também de um modo estático associado ao estudo de figuras geométricas bidimensionais. Note-se que ângulos no espaço são dificilmente percecionados mas deve procurar-se iniciar os alunos nesta utilização essencial dos conceitos geométricos em contextos de longas distâncias e de observação de objetos inatingíveis.
	Figuras geométricas **Ângulos** -Ângulos convexos e ângulos côncavos; - Ângulos verticalmente opostos; - Ângulos adjacentes.	O conceito de ângulo é introduzido no 4.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, sendo relevante diferenciar o ângulo convexo do ângulo côncavo. A identificação de ângulos adjacentes e de ângulos verticalmente opostos é iniciada no 4.º ano de escolaridade, mas assume relevância no 2.º ciclo do ensino básico. Atendendo ao contexto escola/turma, o professor poderá apenas fazer uma ligeira abordagem. Dada a transversalidade destes conceitos, terão de ser retomados,

		obrigatoriamente, no 2.º ciclo do ensino básico, como pré-requisitos.
	Figuras geométricas **Ângulos** Critério de igualdade de ângulos.	Ao nível do 4.º ano de escolaridade, é importante que os alunos identifiquem ângulos iguais, utilizando o processo, já trabalhado desde o 1.º ano de escolaridade, de transporte e comparação de distâncias. Poder-se-á partir da utilização de papel vegetal para "transportar o ângulo" (efetivamente, como é óbvio, apenas uma parte limitada deste) e verificar posteriormente que basta transportar o vértice e mais um ponto em cada um dos lados para proceder à comparação. Este critério assumirá uma importância essencial nos ciclos de estudo seguintes, servindo de justificação a propriedades que referem a igualdade de comprimentos de segmentos de reta ou de amplitude de ângulos. Refira--se, a título de exemplo, o caso LAL de igualdade de triângulos. No entanto, neste nível de ensino, surge como consequência do trabalho de "transporte de ângulos", no sentido acima referido, utilizando instrumentos muito simples, dando assim sentido à igualdade de amplitude e materializando a igualdade geométrica de ângulos.
	Propriedades geométricas Polígonos geometricamente iguais.	A noção de polígonos geometricamente iguais começa a ser abordada de um modo informal desde o 2.º ano associada ao estudo de áreas em figuras equidecomponíveis.
	Propriedades geométricas Planos paralelos.	No 1.º ciclo do ensino básico, a abordagem do conceito de planos paralelos pode ser feita a partir de sólidos geométricos com faces paralelas. Atendendo à grande complexidade do conceito de "plano", o discurso matemático na sala de aula situar-se-á ao nível concreto das faces dos sólidos em causa. No entanto, o professor deve utilizar uma linguagem matemática correta para que os alunos espontaneamente a reproduzam, apropriando-se assim de um vocabulário adequado. Naturalmente que, pela abstração do próprio conceito, a relação de paralelismo entre planos deve ser aprofundada no 3.º ciclo do ensino básico, aquando das posições relativas de planos.

	Medida **Área** Unidades de medida agrárias; conversões.	No 1.º ciclo do ensino básico, é importante que sejam consolidadas as conversões das unidades de medida SI, pelo que será desejável que não se misture com as unidades de medida agrárias. Estas são usadas em contextos muito específicos associados à agricultura, pelo que se propõe que sejam trabalhadas por alunos do 2.º ciclo do ensino básico no contexto da resolução de problemas, e em articulação com o estudo da proporcionalidade direta.
	Volume Fórmula para o volume do paralelepípedo retângulo de arestas de medida inteira.	É importante que a construção da fórmula do volume do paralelepípedo retângulo seja feita com recurso a unidades de medida de volume não convencionais (como se preconiza nos descritores GM4-5.1. a 5.3.). A fórmula é válida quando se toma para unidade de medida um cubo com arestas de medida 1, ou seja, iguais à unidade de comprimento prefixada. Neste sentido, podem ser usados cubos de encaixe como unidades de medida; uma contagem estruturada e o conceito de multiplicação conduzem à compreensão e construção da fórmula. Só depois deste trabalho com unidades cúbicas baseadas em unidades de comprimento não convencionais se deve introduzir o metro cúbico (GM4-5.4.) e restantes medidas de volume do sistema métrico, relacionando-as entre si. Esta abordagem é análoga à efetuada no 3.º ano a propósito da área do retângulo. Note-se que deve ser feita no mesmo ciclo a abordagem por decomposição e o seu cálculo utilizando uma unidade de volume convencional.
GM5	**Propriedades geométricas** **Ângulos, paralelismo e perpendicularidade** Semirretas diretamente e inversamente paralelas; Ângulos de lados diretamente e inversamente paralelos; pares de ângulos de lados perpendiculares.	As designações referidas relacionam-se com a respetiva posição relativa das semirretas e permitem definir, posteriormente, critérios de igualdade de ângulos extraordinariamente eficazes e indispensáveis a uma boa aquisição do raciocínio geométrico. No entanto, relembramos que estes conteúdos podem ser abordados com diferentes níveis de desempenho.
	Triângulos e quadriláteros Critérios de igualdade de	A abordagem dos critérios de igualdade de triângulos deve ser focada na construção de triângulos na medida em que permite a compreensão de que as informações dadas para a

	triângulos: critérios LLL, LAL e ALA; Construção de triângulos dados os comprimentos de lados e/ou as amplitudes de ângulos internos.	construção dos triângulos garantem a unicidade da sua construção. O único critério que não decorre trivialmente do critério de igualdade de ângulos, já trabalhado na prática, é o ALA, que pode ser reconhecido com diversos níveis de desempenho, como se exemplifica no *Caderno de Apoio*.
	Propriedades geométricas **Triângulos e quadriláteros** Igualdade dos lados opostos de um paralelogramo.	Este conteúdo pode ser abordado em conexão com os conteúdos "Ângulos correspondentes e paralelismo" e "Ângulos internos, externos e pares de ângulos alternos internos e alternos externos".
	Medida **Amplitude de ângulos** O grau como unidade de medida de amplitude; minutos e segundos de grau; Problemas envolvendo adições, subtrações e conversões de medidas de amplitude expressas em forma complexa e incomplexa.	A medição da amplitude de ângulos é introduzida neste ano de escolaridade. Assim sendo, deve trabalhar-se inicialmente com a expressão da medida de amplitude em graus, na forma incomplexa. Os cálculos com a forma complexa devem basear-se na transformação de uma forma na outra e na realização de cálculos muito simples. Os cálculos que envolvam transporte devem ser considerados de nível não elementar. No entanto, os professores não devem deixar de tratar cuidadosamente alguns exemplos destes.
GM6	**Figuras geométricas planas** Ângulo ao centro e setor circular; Retas e segmentos de reta tangentes a uma circunferência; Polígonos circunscritos a uma circunferência; Apótema de um polígono.	As noções de retas e segmentos de reta tangente a uma circunferência, bem como de apótema de um polígono surgem no 2.º ciclo do ensino básico associadas à área de polígonos regulares inscritos e circunscritos a uma circunferência. Estas, por sua vez, associam-se à obtenção da área do círculo. A abordagem dos conceitos de ângulo ao centro e de setor circular surgem no 2.º ciclo do ensino básico por estarem associadas à construção de diagramas circulares no domínio *Organização e Tratamento de Dados* (OTD). Esta abordagem é complementada no 3.º ciclo do ensino básico.
	Medida: Área	No 2.º ciclo do ensino básico, o professor deve propor a determinação experimental de um valor aproximado de π e

	Fórmula para o perímetro do círculo; aproximação por perímetros de polígonos regulares inscritos e circunscritos.	usar situações para encontrar a fórmula do perímetro do círculo. A fórmula para o perímetro do círculo por aproximação por perímetros de polígonos regulares inscritos e circunscritos pode ser abordada usando um programa de geometria dinâmica.
	Fórmula para a área de polígonos regulares.	A área de polígonos regulares pode ser calculada através da decomposição dos polígonos regulares inscritos numa circunferência em triângulos. Esta fórmula pode ser abordada usando um programa de geometria dinâmica. Esta fórmula é retomada no 9.º ano de escolaridade.
GM7	**Paralelismo, congruência e semelhança** Teorema de Tales; Critérios de semelhança de triângulos (LLL, LAL e AA); igualdade dos ângulos correspondentes em triângulos semelhantes; Semelhança dos círculos; Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e ângulos internos.	O Programa está construído para que a justificação lógica do Teorema de Tales se alicerce nos critérios de igualdade de triângulos e em algumas propriedades dos paralelogramos, tendo todos estes elementos sido trabalhados no 2.º ciclo do ensino básico. Os critérios de semelhança de triângulos podem ser facilmente justificados a partir do Teorema de Tales, não devendo, portanto, alterar esta sequência de aprendizagens. No 8.º ano de escolaridade, após a abordagem dos números irracionais, e já com o conhecimento do Teorema de Pitágoras, os alunos poderão ser confrontados com problemas mais gerais. Relembramos que os descritores 4.6. a 4.13., associados a estes conteúdos, são considerados como de nível de desempenho mais avançado, podendo, deste modo, ser abordados com diferentes níveis de dificuldade e de complexidade, tal como se exemplifica pelos níveis de desempenho que lhes são afetos no *Caderno de Apoio*.
GM9	**Axiomatização das teorias Matemáticas**	Alguns dos descritores associados a este tema podem ser trabalhados transversalmente ao longo do 3.º ciclo do ensino básico uma vez que, aquando da realização de explorações e investigações, os alunos raciocinam indutivamente quando procuram generalizar propriedades encontradas num determinado conjunto de dados. Por exemplo, na classificação de figuras geométricas, pode ser significativamente importante a discussão, em aula, da possibilidade de existirem diferentes definições para uma mesma entidade geométrica e analisar as respetivas consequências. Este tipo de abordagem permitirá introduzir, ainda que informalmente, no 7.º ano de escolaridade, alguns

		dos descritores associados ao tema Axiomatização das Teorias Matemáticas, do 9.º ano de escolaridade (conjeturas, teoremas, axiomas, etc.). Assim, as suas experiências matemáticas devem permitir-lhes identificar exemplos, contraexemplos, definições, convenções, propriedades deduzidas e demonstrações. Este conteúdo, que surge no 9.º ano de escolaridade, deve ser entendido no sentido em que permite globalizar todo o conhecimento que o aluno já deve ter adquirido ao longo do ensino básico. Os alunos devem ainda, ao longo do seu percurso escolar, ter tido oportunidade de efetuar deduções quando resolveram problemas e quando fizeram demonstrações simples. É desejável uma aprendizagem progressiva dos métodos de demonstração e, para tal, devem ser criadas oportunidades para os alunos elaborarem raciocínios dedutivos do tipo *Se… então…*; em todos os temas, o professor deve decidir da oportunidade de demonstrar certos resultados e de organizar as etapas de investigação e demonstração. A abordagem prevista no programa da Axiomática de Euclides, incluindo a referência aos «Elementos» e aos axiomas e postulados de Euclides é também uma oportunidade importante para motivar os alunos para a História de Matemática. É igualmente relevante que os alunos tenham conhecimento de que existem outras Geometrias e qual a razão para esse facto. Para que possam adquirir uma ideia mais concreta do que é uma teoria axiomática, é importante que analisem algumas demonstrações elementares, orientadas pelos professores, e o que se proporciona em particular na análise das consequências do axioma das paralelas e da relação deste com o 5.º postulado de Euclides. Contudo, dependendo do contexto escola/turma, poderá o professor considerar que os descritores 1.1. a 1.6., referentes à utilização correta do vocabulário próprio do método axiomático, 2.1., 2.2. e 2.3., referentes à identificação de factos essenciais da axiomatização da Geometria, 3.1., 3.2. e 3.3., referentes à caracterização da Geometria Euclidiana através do axioma das paralelas, e

		ainda 4.1., 4.2. e 4.3., referentes à identificação de posições relativas de retas no plano utilizando o axioma euclidiano de paralelismo, podem ser abordados com diferentes níveis de desempenho.
	Medida **Distâncias a um plano de pontos, retas paralelas e planos paralelos.** **Volumes e áreas de superfícies de sólidos.**	Considerar, como abordagem possível, que estes conceitos sejam introduzidos em conexão com o tema volumes e áreas de superfícies de sólidos, clarificando, por exemplo, a diferença entre a altura e a geratriz do cone.

Domínio: *Funções Sequências e Sucessões* (FSS)

- ### Orientações metodológicas gerais

No domínio FSS7 pretende-se operar essencialmente funções de domínio finito representadas por diagramas de setas e tabelas (Cf. Caderno de Apoio, páginas 28, 29 e 30), terminando esse estudo com casos simples das funções afins definidas por expressões do tipo $3x + 2, 9x - 7, \ldots$ etc, cuja manipulação algébrica é precisa para uma compreensão futura, por exemplo, das operações com polinómios.

Ao trabalhar o Objetivo Geral 5, Definir sequências e sucessões, pode-se aproveitar para fazer a simplificação de expressões algébricas simples, no caso dos termos gerais de sequências, de modo a envolver os alunos na manipulação de expressões algébricas em contextos que lhes são mais familiares.

Domínio: *Organização e Tratamento de Dados* (OTD)

- ### Indicações metodológicas gerais

Relativamente ao domínio OTD, a aprendizagem deve ser motivada por situações do dia a dia dos alunos. Importa que, para além de organizarem os dados, os interpretem tal como é referido no *Programa*, na introdução ao domínio.

É importante que os alunos tenham oportunidade de trabalhar com situações diversificadas e de comparar dois ou mais tipos de representação para o mesmo conjunto de dados, bem como de tirar conclusões acerca das características que estudaram, nomeadamente a partir das medidas de localização e, mais tarde, de dispersão que tenham obtido.

O professor pode estimular a formulação de questões pelos próprios alunos para cuja resposta necessitem de identificar variáveis e posteriormente recolher dados que, depois de serem trabalhados, levem ao estabelecimento de conclusões. O professor pode igualmente questionar os alunos acerca da legitimidade de inferir a partir dos resultados obtidos.

- ### Flexibilização e Gestão de Conteúdos

Domínio	Conteúdos	Indicação metodológica / Flexibilização
OTD1	**Representação de conjuntos** Conjunto, elemento pertencente a um conjunto, cardinal de um conjunto; Diagramas de *Venn* com conjuntos disjuntos.	O trabalho neste domínio deve iniciar-se com a classificação e contagem de objetos. Para isso, começa-se por trabalhar a classificação com os diagramas de *Venn*, de modo a organizar os dados de uma forma simples. O professor deve distinguir conceptualmente um conjunto (cujos elementos não se repetem) de um conjunto de dados (em que se determina a frequência absoluta a partir da repetição dos dados), encarando estes últimos como "listas" em que, em diferentes posições podem aparecer "valores" iguais e não como um simples conjunto cujos elementos são os dados e em que estamos apenas interessados em saber se determinado "valor" pertence ou não ao conjunto. Os próprios modos de organizar os dados revelam que essa "lista" contém mais informação do que apenas a que consiste em saber quais os "valores" que dela fazem parte (estamos a usar "valor" num sentido muito genérico, podendo tratar-se de um número ou de uma característica qualitativa).
	Representação de dados Gráficos de pontos e pictogramas em que	Os alunos deverão iniciar o trabalho com gráficos de pontos, utilizando papel quadriculado.

	cada figura representa uma unidade.	
OTD2	**Representação de conjuntos** Reunião e interseção de conjuntos; Diagramas de *Venn* e de *Carroll*.	Embora possa existir uma abordagem inicial dos diagramas de *Venn* com conjuntos disjuntos, tal não significa que não se possa trabalhar no 1.º ano de escolaridade também a representação de situações de interseção.
	Representação de dados Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos, de barras e pictogramas em diferentes escalas.	Os gráficos de barras podem ser atingidos no 3.º ano de escolaridade, uma vez que já envolve a utilização e compreensão de escalas e de eixos. Inicialmente, a elaboração de um gráfico de barras deverá evoluir a partir de um gráfico de pontos.
OTD3	**Representação e tratamento de dados** Problemas envolvendo análise e organização de dados, frequência absoluta, moda e amplitude.	É importante que os alunos trabalhem dados que eles próprios recolham e, assim, se consigam identificar com estes e com o contexto. Logo, é necessário que os problemas que lhes são propostos envolvam também a recolha de dados, fazendo-o de diversas formas, por exemplo, mediante observação, questionário ou experimentação.
OTD4	**Tratamento de dados** Frequência relativa; Noção de percentagem; Problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas.	As percentagens associadas à frequência relativa (25%, 50% ou 75%) podem ser trabalhadas em conexão com o trabalho desenvolvido no domínio NO, em âmbitos distintos do de OTD, dando ênfase à relação com as diferentes representações dos números racionais não negativos.
OTD5	**Gráficos cartesianos** Referenciais	No 5.º ano de escolaridade, os gráficos cartesianos são abordados a propósito do trabalho com o gráfico de linhas (relação entre o tempo e outra variável quantitativa), fazendo-

	cartesianos, ortogonais e monométricos; Abcissas, ordenadas e coordenadas; Gráficos cartesianos.	se assim uma discussão informal destes conceitos. A relação deste conteúdo com o domínio *Funções, Sequências e Sucessões* é efetuada no 7.º ano de escolaridade enquanto representação do gráfico de uma função afim.
	Representação e tratamento de dados Média aritmética.	O professor deve dar ênfase à compreensão deste conceito em contexto. Podem ser usadas diferentes abordagens à média: partilha equitativa, nivelamento, ponto de equilíbrio… .