



5.º ANO | 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

# MATEMÁTICA

## INTRODUÇÃO

Este documento curricular apresenta as aprendizagens matemáticas a que os alunos do Ensino Básico devem ter acesso e o racional que as justifica. Foi elaborado por uma equipa pluridisciplinar, composta por especialistas em Didática da Matemática e em Matemática (Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidades) e por professores experientes dos diversos níveis de ensino: Ana Paula Canavarro (coordenadora), Célia Mestre, Dulce Gomes, Elvira Santos, Leonor Santos, Lina Brunheira, Manuela Vicente, Maria João Gouveia, Paulo Correia, Pedro Macias Marques e Rui Gonçalo Espadeiro.

A Introdução do documento é composta por duas secções distintas. A primeira secção é comum a todo o Ensino Básico e define ideias-chave que abrangem todo este nível de ensino. A segunda secção diz respeito ao 2.º Ciclo e explicita os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, fazendo referência à articulação vertical com o ciclo anterior.

Por simplificação do texto, este documento não adota linguagem sensível ao género mas assume, naturalmente, uma perspetiva inclusiva.

## 1. Matemática na Educação Básica

### Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em que é preciso mobilizar múltiplas literacias para responder às exigências destes tempos de imprevisibilidade e de mudanças aceleradas. A ideia de “literacia matemática”, em que a OCDE (<https://www.oecd.org/pisa/>) destaca a capacidade de raciocinar matematicamente e interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável.

Neste contexto, “Matemática para todos” é um princípio essencial que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que cada um deve ter oportunidade de ser sujeito de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

Outro princípio que se assume é “A Matemática é única, mas não é a única”, que perspetiva a Matemática no quadro de uma educação global e integral do indivíduo, na qual a Matemática contribui, a par com as outras áreas curriculares e em diálogo com elas, para o desenvolvimento das áreas de competências transversais indicadas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

O terceiro princípio assumido é “Matemática para o século XXI”, que corresponde à focagem das aprendizagens matemáticas dos alunos no que é efetivamente relevante nos tempos atuais, com desafios claramente distintos dos do século passado, acompanhando as tendências internacionais no que diz respeito a uma seleção criteriosa do que os alunos devem aprender e como.

A consideração destes três princípios teve implicações que se refletem na definição dos objetivos e conteúdos de aprendizagem, das orientações metodológicas e das orientações para a avaliação.

### Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspetiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

1. Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autónomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
2. **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos** (conceitos, procedimentos e métodos) relativos aos temas **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, e Geometria e Medida**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de aceder a estes conhecimentos e de reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades oferecem para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
3. Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes.
4. Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreender o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjeturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
5. Desenvolver e mobilizar o **pensamento computacional**, capacidade que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional pressupõe o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.
6. Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
7. Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática, e como possibilidade de apropriação da informação veiculada nos diversos meios de comunicação, nomeadamente digitais, onde surge em formatos em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação.

A tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.

- Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos temas da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em várias áreas ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

### O que aprender em Matemática?

Neste documento curricular assumem centralidade enquanto conteúdos de aprendizagem na área curricular de Matemática, tanto capacidades matemáticas transversais, como conhecimentos matemáticos, de acordo com o esquema (Figura 1), que relaciona os diversos conteúdos a serem contemplados nas aprendizagens dos alunos.

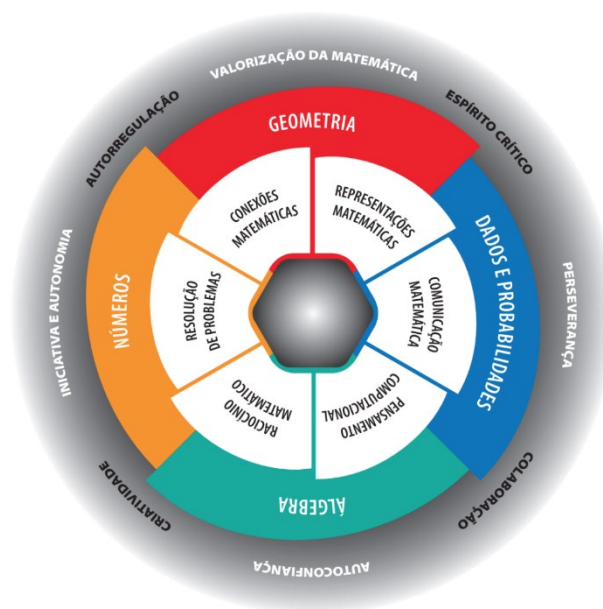


Figura 1: Conteúdos de aprendizagem em Matemática no Ensino Básico.

As capacidades matemáticas transversais consideradas em todo o Ensino Básico são seis. Às capacidades de resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática, representações matemáticas e conexões matemáticas (internas e externas), junta-se agora o pensamento computacional, ampliando-se assim o conjunto das que eram valorizadas em anteriores documentos curriculares.

Pela sua importância, estas capacidades são valorizadas como objetivos de aprendizagem e surgem contempladas como um tema de aprendizagem em todos os anos de escolaridade, salientando-se que este destaque enquanto tema não sugere o seu tratamento isolado, mas sim a sua presença permanente e integrada em todos os temas matemáticos.

Os conhecimentos matemáticos contemplados em todo o Ensino Básico inscrevem-se nos quatro temas expectáveis, adotando-se tópicos e abordagens adequadas às necessidades da atual sociedade para lidar com questões que envolvem quantidade, relações e variação, dados e incerteza, espaço e forma, em contextos diversos. Valorizando-se uma abordagem em espiral, os conhecimentos dos diferentes temas são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. A segunda secção desta Introdução explícita o entendimento a dar a cada um dos temas matemáticos neste ciclo de escolaridade.

Este documento curricular valoriza ainda algumas **capacidades e atitudes gerais transversais**, decorrentes das áreas de competências previstas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Estas contribuem para uma educação matemática mais articulada com uma educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. A seleção recaí, sem prejuízo de que todas sejam contempladas quando pertinente, naquelas que mais diretamente se relacionam com a Matemática, considerando-se as capacidades de pensamento crítico, criatividade, colaboração e autorregulação, e as atitudes de autoconfiança, perseverança, iniciativa e autonomia e valorização do papel do conhecimento, aqui concretizado na Matemática. Estas capacidades e atitudes gerais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, aplicando-se transversalmente em todos os temas de aprendizagem.

### Como promover a aprendizagem da Matemática?

Este documento curricular considera um conjunto de orientações metodológicas que refletem os princípios orientadores adotados, em especial no que diz respeito ao princípio do direito à aprendizagem da Matemática por todos os alunos. Valorizam-se por isso práticas de ensino promotoras das aprendizagens matemáticas dos alunos que simultaneamente potenciam o alcançar dos objetivos de aprendizagem definidos. Estas orientações metodológicas aplicam-se a todos os anos de escolaridade e temas de aprendizagem, destacando-se as seguintes ideias-chave:

- **Abordagem em espiral** – É importante que os alunos tenham múltiplas oportunidades de contactar com os diversos conteúdos matemáticos, em diferentes tempos, proporcionando-se o amadurecimento da compreensão e a consolidação progressiva das diversas aprendizagens. Esta opção permite aprofundar as aprendizagens de acordo com a maturidade intelectual dos alunos, bem como criar novas possibilidades de aprendizagem aos alunos que ainda não a tenham realizado.
- **Articulação de conteúdos** – É importante que os alunos trabalhem de forma intencionalmente explícita com conhecimentos de diferentes temas na abordagem de uma mesma situação/tarefa, mobilizando conexões internas da Matemática. Só assim o aluno pode

desenvolver uma visão coerente e integrada, não compartimentada, desta área do saber, o que releva para a qualidade das aprendizagens e está em relação com a abordagem em espiral.

- **Papel do aluno** – É da maior importância implicar os alunos no processo de aprendizagem, numa perspetiva de abordagem dialógica na construção de conhecimento. Proporcionar aos alunos o exercício da sua agência (iniciativa e autonomia) é essencial para a autorregulação da sua capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula** – É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e para que sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas transversais consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes gerais transversais, a estar presentes na abordagem e exploração das tarefas, qualquer que seja o tema.
- **Tarefas** – A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Importa considerar tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, destacando-se as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a realidade, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Modos de trabalho** – As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma independente do professor (embora com a sua monitorização), individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.
- **Recursos/tecnologia** – A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os **materiais manipuláveis** devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A **Internet** deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um carácter instrumental, não como um fim em si mesmo,

para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspectivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

### Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- Uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma muito expressiva para as aprendizagens dos alunos, pelo que é imperioso o seu desenvolvimento na aula de Matemática;
- O foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, transmite o que é realmente importante saber, pelo que a sua prática deve respeitar e estar em consonância com as restantes componentes curriculares.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. Acresce que, para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação, as lentes que vão ser usadas para decidir se houve aprendizagem e o que falta melhorar, desenvolver, para que esta atinja o nível esperado. Se é certo que todo o professor tem critérios de avaliação, não é tão certo que estes sejam claros para os alunos. Assim, há que trabalhar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de autorregulação, fim último da avaliação formativa. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito. Mas para que o *feedback* possa realmente contribuir para a aprendizagem, para além de deve ser dado em tempo útil (depois do aluno ter tido oportunidade de trabalhar a tarefa e poder continuar a desenvolvê-la após receber os comentários do professor ou dos seus pares), deverá ainda ser compreensível, promover a sua reflexão sobre o que já fez, e apontar pistas que o oriente a prosseguir o seu trabalho.

No que respeita à avaliação **sumativa**, é imperioso que esta se operacionalize de forma coerente com as restantes componentes curriculares, isto é, tenha em conta os conhecimentos e as capacidades constantes na aprendizagem matemática. Uma vez que não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, há que diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências

da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística. Ao não respeitar esta orientação corre-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

### Como é que este documento apoia a gestão curricular em Matemática?

O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato de Aprendizagens Essenciais, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

- **Temas e tópicos matemáticos [Coluna 1]** – Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial. Por incidir num ano de escolaridade específico, detalha os conteúdos a introduzir nesse ano, pressupondo necessariamente que o que foi abordado nos anos anteriores precisa de ser retomado. A explicitação por ciclo, incluída na segunda secção desta Introdução, indica os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, fazendo igualmente referência à articulação vertical com o ciclo anterior;
- **Objetivos de aprendizagem [Coluna 2]** – Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico e subtópico em cada um dos cinco temas de aprendizagem (Capacidades matemáticas transversais, Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, Geometria e Medida);
- **Ações estratégicas de ensino do professor [Coluna 3]** – Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conhecimentos e capacidades matemáticas e também às capacidades e atitudes gerais ancoradas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas. Destaca-se a inclusão de exemplos que sublinham a intenção de, através da mesma tarefa, serem trabalhados objetivos de diversos subtópicos matemáticos e/ou capacidades matemáticas, numa lógica de articulação de aprendizagens e de racionalização do tempo;
- **Áreas de competências do Perfil dos Alunos [Coluna 4]** – Indica as áreas de competências definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor que são indicadas.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos os alunos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula. Caberá ao professor promover a diferenciação pedagógica por diferentes estratégias. Poderá abordar de diversos modos um mesmo conceito matemático (por exemplo, recorrendo ao uso de diferentes



tipos de representações); propor diversos níveis de desenvolvimento de uma mesma tarefa (por exemplo, desafiando alguns alunos a resolver uma extensão da tarefa em exploração na aula); estabelecer conexões externas da Matemática com outras áreas, conquistando a mobilização para a Matemática de alunos que se sintam mais familiarizados ou confiantes nessas outras áreas.

## 2. Matemática no 2.º Ciclo

### Que conteúdos importam neste ciclo de escolaridade?

Nesta secção indicam-se os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, e faz-se referência à articulação vertical com o ciclo anterior.

#### Capacidades matemáticas

No 2.º Ciclo, os alunos enriquecem o seu leque de estratégias para resolver problemas, que beneficia de uma maior variedade de representações, sejam diagramas, tabelas, gráficos ou linguagem simbólica, as quais favorecem igualmente o desenvolvimento da comunicação matemática. O raciocínio matemático continua a privilegiar a formulação de conjeturas e generalizações, particularmente a partir da identificação de padrões, havendo uma valorização progressiva do processo de justificar, tirando partido de um maior conhecimento e capacidade dos alunos em produzirem argumentos válidos. Propõem-se situações mais complexas para os alunos desenvolverem o seu pensamento computacional, nomeadamente desenvolvendo procedimentos passo a passo e refinando e otimizando as suas soluções. Valoriza-se o estabelecimento de conexões internas através da resolução de problemas, bem como as conexões externas com outras áreas disciplinares, agora num contexto de pluridocência, através de projetos ou outras atividades mais pontuais, procurando ainda ligação à realidade dos alunos.

No 1.º Ciclo iniciou-se o desenvolvimento das seis capacidades matemáticas transversais. Na resolução de problemas, os alunos desenvolveram diferentes estratégias e mobilizaram várias representações, com particular incidência nas verbais, icónicas e ativas. O raciocínio indutivo foi privilegiado e, na comunicação, incentivou-se a capacidade de questionar, explicar e argumentar. O pensamento computacional foi explorado de forma simples e com apoio de tecnologia. Promoveu-se o estabelecimento de conexões internas e externas da Matemática com outras áreas do currículo.

#### Números

No 2.º Ciclo, o trabalho com as quatro operações elementares é alargado aos números racionais não negativos e introduz-se a potenciação, mantendo o foco no desenvolvimento do sentido de número e a valorização do cálculo mental. A compreensão sobre estes números e operações associadas assenta num trabalho com diferentes representações (decimal, fração, percentagem) e na fluência da transição entre

elas. No que respeita aos números naturais, aprofunda-se o estudo dos múltiplos e divisores e introduz-se o conceito de número primo, o que permite estabelecer conexões com as operações com frações e ampliar o conjunto de estratégias de resolução de problemas.

No 1.º Ciclo, os alunos iniciaram o desenvolvimento do sentido de número, em relação com a forma como os números são usados no dia a dia e sua relação com as operações, através da resolução de problemas. Privilegiou-se a utilização do cálculo mental para dar sentido aos números, às operações e seus algoritmos. Iniciou-se o estudo dos números racionais não negativos a partir da representação em fração (com significado parte-todo e quociente), seguindo-se a representação decimal e foi também introduzida a notação de percentagem.

### **Álgebra**

No 2.º Ciclo, prossegue-se o desenvolvimento do pensamento algébrico e da comunicação com recurso a representações simbólicas, nomeadamente a escrita de expressões algébricas, no contexto de situações que favoreçam a atribuição de significado às letras (sejam variáveis ou parâmetros). Surge ainda a primeira abordagem à proporcionalidade direta, um contexto promotor da ideia de variação e do pensamento funcional.

No 1.º Ciclo, assumiu-se o início da Álgebra em articulação com os Números, valorizando a capacidade de conjeturar, reconhecer e exprimir relações e generalizações. Promoveu-se ainda a utilização e construção de modelos matemáticos associados a situações da realidade, para descrever e fazer previsões.

### **Dados e Probabilidades**

No 2.º Ciclo, estende-se a recolha e tratamento de dados a variáveis quantitativas contínuas, ampliam-se os conjuntos de representações gráficas e de medidas estatísticas, incluindo neste ciclo a média e a classe modal. Seja através de pequenos estudos realizados pelos alunos, seja a partir de dados recolhidos, organizados ou representados graficamente por terceiros, a abordagem proposta valoriza o desenvolvimento da literacia estatística, promovendo o sentido crítico, a interpretação e comunicação de resultados. Salienta-se ainda a quantificação da probabilidade em relação com a frequência relativa.

No 1.º Ciclo, iniciou-se o desenvolvimento da literacia estatística com a realização de pequenos estudos envolvendo variáveis qualitativas e quantitativas discretas, percorrendo as diferentes fases de uma investigação, bem como a análise de gráficos e infográficos reais que se encontram em publicações ou nos media e que as crianças devem ser capazes de ler e apreciar criticamente. Foi ainda valorizado o desenvolvimento do raciocínio probabilístico.

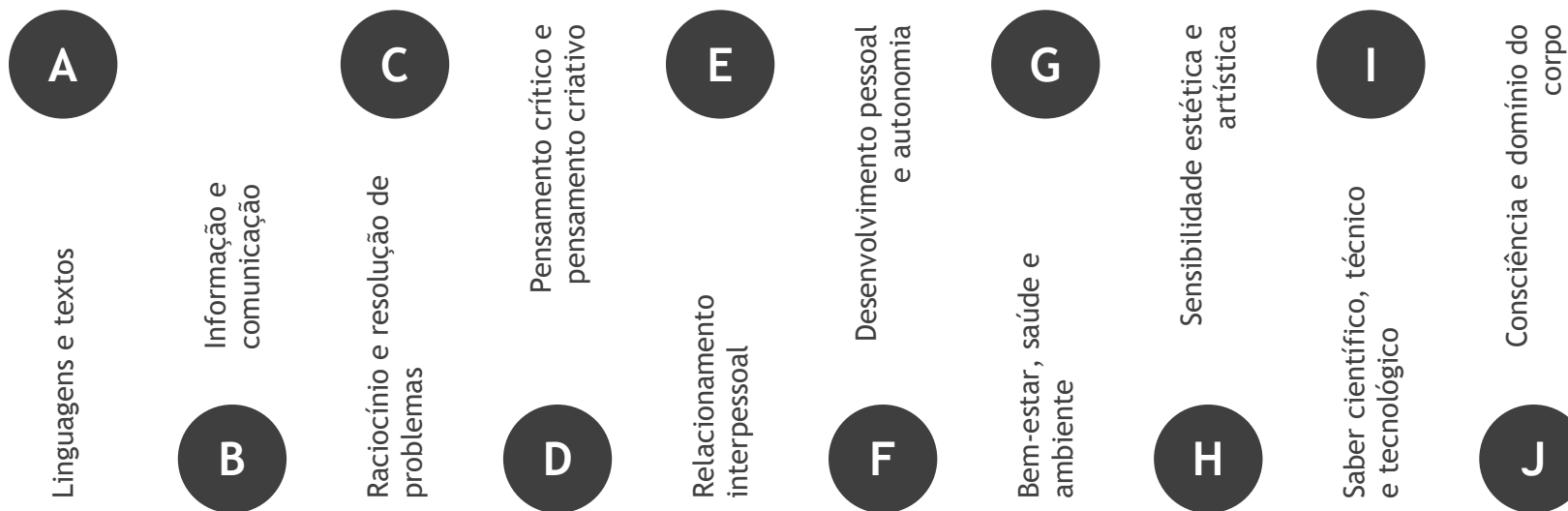
### **Geometria e Medida**

No 2.º Ciclo, introduz-se a medida de amplitude de ângulos, o que permite alargar a investigação sobre as propriedades de polígonos, a realização de construções geométricas e a análise da simetria, constituindo contextos favoráveis ao desenvolvimento do raciocínio espacial. A classe dos triângulos merece uma atenção especial pelo estudo dos casos de congruência, classificação e construção em que a realização

de experiências com recurso a ambientes de geometria dinâmica, como o GeoGebra, favorece a compreensão das propriedades e relações. Ainda no plano, o estudo da área inclui o triângulo, paralelogramo e círculo. No espaço, investigam-se novos sólidos e aprofunda-se o estudo dos prismas relacionando-os hierarquicamente. Introduce-se ainda o conceito de volume.

No 1.º Ciclo, os alunos realizaram experiências para desenvolver a orientação espacial e contactaram com um conjunto alargado de figuras no espaço e no plano, com as quais operaram, compondo e decompondo, e estabelecendo relações espaciais. Foi iniciado o estudo das isometrias e da simetria (reflexão e rotação). No que diz respeito à Medida, os alunos puderam comparar, estimar e determinar medidas de diversas grandezas em vários contextos.

#### ÁREAS DE COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS (ACPA)



## OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</b></p> <p><b>Resolução de problemas</b></p> <p><b>Processo</b></p> <p><b>Estratégias</b></p>	<p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p> <p>Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.</p>	<p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes.</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama [Exemplo: A avó Matilde confeccionou umas bolachas deliciosas. O João foi o primeiro a prová-las, comeu <math>\frac{1}{4}</math> das bolachas e saiu para brincar. O Pedro acordou da sua sesta e comeu <math>\frac{1}{3}</math> das bolachas deixadas. Por fim, a avó Matilde comeu metade das bolachas</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

<p><b>Raciocínio matemático</b></p>		<p>que ficaram, restando apenas três bolachas para o avô Tobias. Quantas bolachas confeccionou a avó Matilde?]</p> <p>Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>
<p><b>Conjeturar e generalizar</b></p>	<p>Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>	<p>Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjeturar, generalizar e justificar [Exemplo: Chamam-se números em escada aos números que podem ser escritos como a soma de números naturais consecutivos. Por exemplo: <math>5 = 2+3</math> e <math>12 = 3+4+5</math>. Que números podem ser escritos como uma soma de dois números consecutivos? Quais podem ser expressos como uma soma de três números consecutivos? Justifica as tuas respostas. Descobriste números que não sejam em escada? Descobre outros aspetos relacionados com estes números].</p> <p>Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.</p>	
<p><b>Classificar</b></p>	<p>Classificar objetos atendendo às suas características.</p>	<p>Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas [Exemplo: Apresentar um conjunto diversificado de polígonos convexos e um côncavo e pedir aos alunos para identificarem o intruso, justificando porquê].</p>	
<p><b>Justificar</b></p>	<p>Distinguir entre testar e validar uma conjetura.</p>	<p>Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjetura, destacando a</p>	

Pensamento computacional	<p>Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.</p> <p>Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização.</p>	<p>diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos e por exaustão [Exemplo: Indica se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa, justificando: “Todos os números primos são ímpares”]. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.</p>	C, D, E, F, I
Abstração	<p>Extrair a informação essencial de um problema.</p>	<p>Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante. Realçar processos relevantes e secundarizar detalhes e especificidades particulares.</p>	
Decomposição	<p>Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.</p>	<p>Incentivar a identificação de elementos importantes e estabelecer ordens entre eles na execução de uma tarefa, criando oportunidades para os alunos decompor a tarefa em partes mais simples, diminuindo desta forma a sua complexidade.</p>	
Reconhecimento de padrões	<p>Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.</p>	<p>Incentivar a identificação de padrões durante a resolução de problemas, solicitando que os alunos os descrevam e realizem previsões com base nos padrões identificados.</p>	

<b>Algoritmia</b>	Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos [Exemplo: Constrói um pequeno programa, em Scratch, que indique se é possível construir um triângulo dadas as dimensões dos lados].	A, C, E, F
<b>Depuração</b>	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução.	Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.	
<b>Comunicação matemática</b>	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	<p>Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem, questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.</p> <p>Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas.</p> <p>Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que o aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos [Exemplos: Questão para obter informação: Que</p>	

<p>Representações matemáticas</p>	<p>Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.</p>	<p>informação tiras do gráfico? Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?], favorecendo a autorregulação dos alunos.</p> <p>Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>
<p>Representações múltiplas</p>	<p>Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.</p> <p>Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.</p>	<p>Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas.</p> <p>Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos.</p> <p>Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes [Exemplos: Valorizar o papel dos diagramas para evidenciar as relações e estrutura matemática de um problema; Valorizar as tabelas para organizar e sistematizar casos particulares em busca de uma regularidade], valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia.</p>	

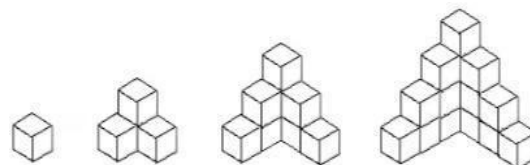


**Conexões entre representações**

Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.

Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Recorrer a um mural digital para expor e discutir resoluções dos alunos; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].

Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência de  $n^2$  apela à compreensão do crescimento de uma potência de base e expoente naturais e à capacidade de visualização espacial].

**Linguagem simbólica matemática**

Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão

Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática.

Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica.

**Conexões matemáticas****Conexões internas**

Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.

Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as conexões [Exemplo: No exemplo acima, evidenciar as conexões internas pela explicitação das relações entre os números e a disposição dos cubos].

C, D, E, F, H

<p>Conexões externas</p>	<p>Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões).</p>	<p>Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Considera a população mundial de 7,8 mil milhões (julho de 2021). Estima-se que, em cada 10 pessoas, 3 não têm acesso a água potável. Quantas pessoas vivem nestas condições?].</p> <p>Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.</p>	
<p>Modelos matemáticos</p>	<p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p>	<p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: Suscitar a identificação de situações da realidade que sejam modeladas por proporcionalidade direta, tais como a relação entre a distância percorrida e o tempo decorrido numa viagem de comboio a uma velocidade constante].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros. [Exemplo: Convidar os alunos a observar fachadas de edifícios comuns, identificar como a Matemática foi usada nessa construção, nomeadamente padrões e rosáceas].</p>	

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>NÚMEROS</b></p> <p><b>Números naturais</b></p> <p><b>Múltiplos e divisores</b></p>	<p>Reconhecer que um número é divisor de um número diferente de zero quando o resto da divisão inteira do maior pelo menor é zero.</p> <p>Identificar múltiplos de um número, divisores de um número e relacionar múltiplos e divisores de um mesmo número.</p> <p>Reconhecer que qualquer número diferente de zero é múltiplo e divisor de si próprio e que 1 é divisor de todo o número natural.</p> <p>Representar os conjuntos de múltiplos e divisores de um número e reconhecer que há um número finito de divisores de um número e uma infinidade de múltiplos de um número.</p> <p>Reconhecer que um múltiplo de um múltiplo de um número é múltiplo deste número e, analogamente, para os divisores, conjecturando e justificando a relação.</p>	<p>Analisar, com a turma, uma lista dos divisores de um número e incentivar à identificação de relações entre pares de divisores e o próprio número, valorizando a apresentação de argumentos [Exemplo: Escrever o conjunto dos divisores de 20, e fazer notar que 1 e 20, 2 e 10 e 4 e 5 são pares de números que são, simultaneamente, divisor ou quociente quando se divide o 20 por cada um deles].</p> <p>Quando for necessário e oportuno, familiarizar os alunos com a simbologia relativa aos conjuntos, nomeadamente as chavetas e os símbolos <math>\in</math> e <math>\notin</math>.</p> <p>Propor situações de identificação de relações entre os múltiplos de múltiplos de um número, a partir de tabelas de números e sua justificação [Exemplo: Na tabela, pintar de uma cor os múltiplos de 3 e de outra os múltiplos de 9 e questionar: Se continuarmos a tabela, onde podemos encontrar os múltiplos de 3 e 9? Haverá múltiplos pintados de duas cores? Porquê? Existe algum número em que a tabela tenha de terminar?].</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

**Números primos**

Identificar os números primos menores que 100.  
Resolver problemas que envolvam números primos, em diversos contextos.

**Potências**

Reconhecer a potência de um número (base e expoente naturais) como um produto de fatores iguais a esse número.  
Reconhecer o efeito que a multiplicação sucessiva de um número natural (maior do que um) por si próprio produz na grandeza do número obtido.  
Interpretar e modelar situações com fenômenos reais e enigmas envolvendo potências e resolver problemas associados.  
Escrever números como 10, 100, 1000, 10000 na forma de potência de base 10 e vice-versa.

**Frações, decimais e percentagens**

**Frações equivalentes**

Reconhecer e determinar frações equivalentes através de uma relação multiplicativa.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27

Propor, a pares, a identificação de números que não têm divisores diferentes de si próprios e da unidade [Exemplo A: Quantos jogadores podem participar num jogo em que as 18 cartas são distribuídas equitativamente por todos os participantes? O jogo poderá ter 19 cartas? Exemplo B: Constrói no papel quadrado retângulos de área 18. Quantos fizeste? E se a área for 19?].

Propor a modelação de fenómenos de situações simples e familiares de crescimento exponencial com base natural, evidenciando a relevância da Matemática na descrição e previsão de fenómenos reais [Exemplo A: Recorrendo à calculadora, modelar um desafio semelhante aos das redes sociais em que cada indivíduo convida outros 3 (ainda não convidados) para realizarem uma ação e continuarem o desafio, questionando quantas pessoas serão convidadas ao fim de um número de iterações e analisando o que mudaria se o número de pessoas convidadas fosse diferente. Discutir o crescimento exponencial, sensibilizando os alunos sobre a rápida propagação de uma notícia ou informação sensacional. Exemplo B: Propor problemas como o da Lenda do Tabuleiro de Xadrez e comparar com o efeito produzido pela adição sucessiva do mesmo número].

Propor a representação de frações e o reconhecimento de frações equivalentes recorrendo ao uso de material estruturado [Exemplo: Recorrer ao modelo retangular (físico ou digital) para representar  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{10}{15}$  e reconhecer que a relação multiplicativa entre os numeradores (2 e

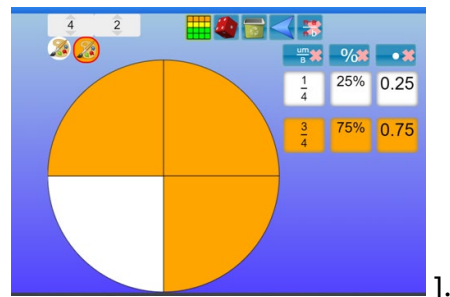
A, C, D, E, F

<p>Porcentagem</p>	<p>Relacionar percentagens com frações de denominador 100.</p>	<p>10) é a mesma que a relação multiplicativa entre os denominadores (3 e 15)].</p> <p>Recorrer a situações familiares aos alunos em que a percentagem seja utilizada [Exemplo: Quando observamos o ícone da carga da bateria de um telemóvel, o que significa ler 75% de bateria? Que valor vemos se tivermos metade da carga? E se for <math>\frac{1}{4}</math>? Como aparece a barra nestes casos?].</p>	
<p>Comparação e ordenação</p>	<p>Comparar e ordenar frações e representá-las na reta numérica, comparando criticamente diferentes estratégias de resolução realizadas por si e por outros.</p> <p>Comparar e ordenar decimais e representá-los na reta numérica, comparando criticamente diferentes estratégias da resolução realizadas por si e por outros.</p> <p>Estabelecer relações entre frações, decimais e percentagens, no contexto da resolução de problemas.</p>	<p>Propor a comparação de frações que favoreça a elaboração de estratégias, promovendo a autorregulação pelos alunos [Exemplo: Escolher frações em que um denominador é múltiplo de outro, frações com numerador ou denominador igual, frações próximas de números naturais ou frações de referência].</p> <p>Proporcionar a análise e comparação de decimais que remetem para erros comuns, como considerar que um número que tem três casas decimais é sempre maior que outro com duas casas decimais [Exemplo: Considerando uma listagem de alguns dos homens mais altos do mundo, ordena as suas alturas por ordem decrescente: Väinö Myllyrinne 2,514 m; Sultan Kösen 2,51 m; John F. Carroll 2,63 m; Bernard Coyne 2,49 m; Robert Wadlow 2,72 m].</p> <p>Propor a exploração de <i>applets</i> que tirem partido de diferentes formas de representação dos números e proporcionem a discussão, na turma, das suas relações [Exemplo: Clica no link para acederes ao site <a href="https://www.visnos.com/demos/percentage-fraction-decimals-grid">https://www.visnos.com/demos/percentage-fraction-decimals-grid</a> . Reproduz a imagem apresentada em baixo no teu ecrã. O que significam os valores apresentados? Explora este <i>applet</i> com outros valores e cria novas representações gráficas. Antecipa quais os números que podem surgir na representação em fração, percentagem e decimal e confirma clicando nos pontos de interrogação.</p>	

Valores aproximados

Determinar o valor aproximado de um número, por defeito e por excesso, até às centésimas.

Fazer arredondamentos no contexto da resolução de problemas, até às centésimas.



Discutir com a turma sobre o interesse e adequação da utilização de aproximações ou valores exatos [Exemplos: O custo de um pacote de bolachas de 1,99€; a publicação, num anúncio, do grau de satisfação de 97,8% de clientes sobre um produto; a placa que indica o perigo de surgimento de sapos na estrada, num trajeto de 2,83Km



Adição e subtração de frações

Adicionar e subtrair frações, em casos em que um denominador é múltiplo do outro.

Propor situações que levem à compreensão das operações de adição e subtração envolvendo frações recorrendo à utilização de frações de referência, a representações gráficas e a materiais manipuláveis [Exemplo A: Calcular  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  usando dobragens numa folha; Exemplo B: Calcular  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$  recorrendo aos blocos padrão; Exemplo C:  $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$  recorrendo ao Cuisenaire].

**Multiplicação entre naturais e frações**

Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.

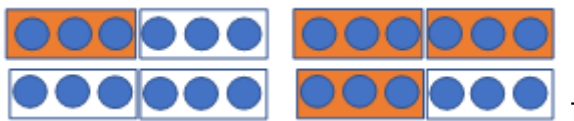
Multiplicar uma fração por um número natural, dando significado à fração como operador.

Interpretar e modelar situações que possam ser traduzidas pela multiplicação de dois números, sendo um deles uma fração e o outro um natural, recorrendo criticamente a representações adequadas para explicar as suas ideias.

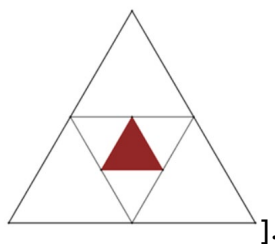
**Multiplicação com decimais**

Realizar multiplicações envolvendo decimais e números naturais.

Propor situações que levem à compreensão da multiplicação de uma fração por um número natural, tomando uma unidade discreta e recorrendo a representações pictóricas [Exemplo: Qual o valor de  $\frac{3}{4} \times 12$ ? Começar por decompor o problema, noutra mais simples, procurando o valor do produto com uma fração unitária. Qual o valor de  $\frac{1}{4} \times 12$ ? Partir deste exemplo para evidenciar que,  $\frac{3}{4} \times 12$  é o triplo de  $\frac{1}{4} \times 12$ ]



Propor que os alunos escrevam expressões numéricas que representem situações numéricas ou geométricas [Exemplo: Na figura encontra-se três triângulos diferentes. Considerando o triângulo maior como unidade de área, escreve uma expressão numérica que represente a área ocupada pelo triângulo pintado]



Apoiar a compreensão da operação de multiplicação de números naturais por decimais a partir de problemas ou de investigações, em

Relacionar a multiplicação de um número natural por 0,1; 0,01 e 0,001 com a sua multiplicação por  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$  e  $\frac{1}{1000}$  respetivamente.

Multiplicar decimais até às centésimas.

Formular e testar conjeturas, identificando regularidades no número de casas decimais do produto de dois decimais.

grupo, promovendo a capacidade de trabalhar em equipa [Exemplo: Construir e analisar uma sequência de produtos e identificar a influência da multiplicação por um número sucessivamente 10 vezes menor na grandeza do número e no número de casas decimais

$5 \times 100 = 500$
$5 \times 10 = 50$
$5 \times 1 = 5$
$5 \times 0,1 = 0,5$
$5 \times 0,01 = 0,05$
$5 \times 0,001 = 0,005$

].

Propor contextos que favoreçam a atribuição de significado à multiplicação com decimais, estabelecendo conexões externas ou internas, por exemplo no cálculo da medida de área de figuras planas. Na realização de cálculos, selecionar valores que permitam a realização de cálculo mental ou, quando desadequado, recorrer à calculadora.

Selecionar números que facilitem a formulação de conjeturas sobre as regularidades no número de casas decimais [Exemplos: Quantas casas decimais têm os seguintes produtos:  $0,3 \times 0,2$ ;  $0,3 \times 0,02$ ;  $0,03 \times 0,02$ ? Elabora uma conjetura sobre a relação entre o número de casas decimais dos fatores e o respetivo produto. Testa a tua conjetura com outros casos].



**Divisão com decimais**

Realizar divisões envolvendo decimais e números naturais.  
Relacionar a divisão de um número natural por 0,1; 0,01 e 0,001 com a sua multiplicação por 10, 100 e 1000 respetivamente.

Apoiar a compreensão da operação de divisão de números naturais por decimais a partir de problemas ou de investigações, em grupo, promovendo a capacidade de trabalhar em equipa [Exemplo: Construir uma sequência de quocientes com o mesmo dividendo e divisores sucessivamente 10 vezes menores. Identificar que, nesta situação, o quociente é 10 vezes superior. Estabelecer uma relação entre a divisão por 0,1; 0,01 e 0,001 com a sua multiplicação por 10, 100 e 1000 respetivamente.

5:100=0,05
5:10=0,5
5:1=5
5:0,1=50
5:0,01=500
5:0,001=5000

].

Dividir decimais até às centésimas recorrendo ao cálculo mental ou por aplicação conjunta do algoritmo de divisão de naturais e do conhecimento da multiplicação e divisão de um natural por um decimal da forma 0,1 ou 0,01 ou 0,001.

Apoiar a compreensão da operação divisão com decimais, a partir da resolução de problemas, em pares, promovendo a capacidade de trabalhar com os outros [Exemplo: Usar o modelo de medida para colocar questões do tipo: Quantas cubos de açúcar com aresta de 1,5 cm cabem numa embalagem de 1,5 cm de largura, 1,5 cm de altura e 9 cm de comprimento? E se a embalagem tiver 10,5 cm de comprimento? E se a embalagem tiver 6,75 cm de comprimento?].

**Cálculo mental**

Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental (com apoio em registos intermédios) para a adição e subtração de frações, mobilizando as propriedades das operações, para produzir estimativas de cálculo ou valor exato de um cálculo.

Desafiar os alunos a realizar a adição de frações sem reduzir ao mesmo denominador, em situações em que essa estratégia seja adequada e facilitadora do cálculo. Incentivar a escrita de frações maiores do que um, como soma de um número natural e de uma fração menor do que um, para a simplificação do cálculo e na comparação de números [Exemplo:  $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{5}{3}$ ].

Desenvolver e usar estratégias de cálculo mental com decimais, tirando partido da regra da multiplicação e divisão por 10, 100, 1000 e 0,1; 0,01 e 0,001, das propriedades

Desafiar os alunos a identificar se conseguem resolver um cálculo rapidamente sem calculadora, antes de recorrerem à ferramenta e tendo em conta as estratégias de cálculo com naturais.

das operações e da relação entre a multiplicação e divisão, comunicando de forma fluente.

Analisar, comparar e ajuizar a adequação das estratégias de cálculo mental realizadas por si e por outros, apresentando e explicando os seus raciocínios.

Decidir da razoabilidade do resultado de uma operação obtida por qualquer um dos processos (algoritmo, cálculo mental, calculadora).

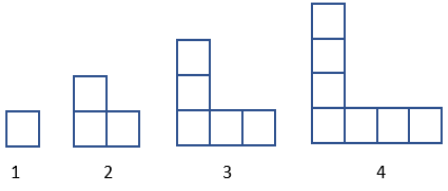
[Exemplo: Calcula  $5 \times 2,8$ ] Uma estratégia expectável seria relacionar  $5 \times 2,8$  com  $5 \times 28 \times 0,1$  e  $5 \times 28$  com  $5 \times (30 - 2)$  ou ainda relacionar  $5 \times 2,8$  com  $10 \times 1,4$  e este produto com  $10 \times 14$ .

Propor tarefas que favoreçam fluência no uso de estratégias de cálculo mental, como a substituição da multiplicação pela divisão e vice-versa; a decomposição de um dos fatores, a multiplicação do dividendo e o divisor pelo mesmo número e a utilização de decimais de referência [Exemplo A: Calcula o valor de  $64 \times 0,25$  substituindo a multiplicação por uma divisão; Exemplo B:  $3 : 0,25$  substituindo a divisão por uma multiplicação; Exemplo C:  $2,4 : 0,02$  transformando os decimais em inteiros].

Propor rotinas de cálculo mental, regularmente, com toda a turma, de modo a promover a identificação e discussão de estratégias utilizadas, proporcionando feedback individual aos alunos de modo a favorecer a sua autorregulação [Exemplo: Propor cadeias numéricas que iniciem com cálculos e estratégias conhecidas e vão evoluindo para cálculos mais sofisticados, como ilustrado em cada coluna do quadro seguinte.

$1 \times 40$	$\frac{1}{2} \times 60$	$3 \times 18$	$42 : 6$
$0,5 \times 40$	$\frac{1}{4} \times 60$	$0,5 \times 18$	$4,2 : 6$
$0,25 \times 40$	$\frac{1}{8} \times 60$	$3,5 \times 18$	$42 : 0,6$
$0,25 \times 80$	$\frac{1}{16} \times 120$	$0,35 \times 18$	$4,2 : 0,6$
$0,25 \times 160$	$\frac{1}{32} \times 240$	$0,35 \times 1,8$	$0,42 : 0,06$

Solicitar a produção de estimativas para o resultado de cálculos em diversos contextos, valorizando o sentido crítico dos alunos [Exemplo A: O João diz que a soma  $\frac{7}{8} + \frac{8}{9}$  resulta numa fração equivalente a  $\frac{13}{6}$ . O que pensas desta afirmação?; Exemplo B: O valor de 3 produtos que custam 14,90 € cada é de 45€. O que pensas desta afirmação?].

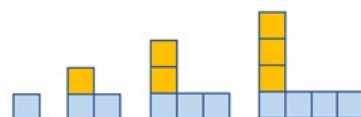
TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>ÁLGEBRA</b></p> <p>Regularidades em sequências</p> <p>Sequências de crescimento</p>	<p>Justificar conjecturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo).</p>	<p>Propor tarefas que apoiem o desenvolvimento do pensamento funcional, através de sequências geométricas, em que os alunos recorrem à cor para evidenciar a relação entre a ordem do termo e o próprio termo, valorizando a criatividade dos alunos [Exemplo: Observa a seguinte sequência, analisa-a e encontra uma forma de a continuar. Utiliza a cor para mostrar como pensaste.</p>  <p>1      2      3      4      ]</p> <p>A tarefa poderá ser realizada individualmente e discutida com a turma, revelando as diferentes formas de pensar dos alunos e as respetivas expressões algébricas, proporcionando, sempre que possível, feedbacks valorativos das suas ideias e estratégias.</p> <p>Possíveis produções de alunos com a respetiva exploração em tabela:</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>

Leis de formação

Identificar e descrever em linguagem natural, pictórica e simbólica, uma possível lei de formação para uma sequência de crescimento dada, transitando de forma fluente entre diferentes representações.

Criar, completar e continuar sequências numéricas dadas de acordo com uma lei de formação e verificar se um dado número é elemento de uma sequência, justificando.

Resolver problemas que envolvam regularidades e comparar criticamente diferentes estratégias da resolução.



Ordem da figura	Quadrados azuis	Quadrados amarelos	Total
1	1	0	1+0
2	2	1	2+1
3	3	2	3+2
4	4	3	4+3
n	n	n-1	n+(n-1)



Ordem da figura	Quadrados brancos	Quadrados amarelos	Total
1	1	0	1+0
2	1	1+1	1+1
3	1	2+2	1+2
4	1	3+3	1+3
n	1	(n-1)+(n-1)	1+(n-1)+(n-1)

Propor, a pares, a continuação de seqüências de crescimento que envolvam naturais, frações ou decimais e a identificação do termo geral, promovendo a conexão com os números e incentivando a apresentação de argumentos [Exemplo A: 3, 6, 9, 12, 15, 18. Exemplo B:  $5; \frac{5}{4}; \frac{5}{9}; \frac{5}{16}; \frac{5}{25}; \frac{5}{36}$ . Exemplo C: 0,5; 1,5; 4,5; 13,5; 40,5].

Apoiar os alunos na criação de uma seqüência recorrendo a ambientes de programação visual, para representar os termos de uma seqüência contribuindo para o desenvolvimento do pensamento computacional [Exemplo: Construir no Scratch os 10 termos de uma seqüência em que é pedido o 1.º termo e em que os restantes se obtêm adicionando 3

**Relações numéricas e algébricas**

**Expressões algébricas com letras**

Identificar propriedades de elementos de um conjunto ou relações entre os seus elementos, e descrevê-las por palavras, desenhos ou expressões algébricas, apresentando e explicando raciocínios e representações.

Expressir, em linguagem simbólica, relações e propriedades simples descritas em linguagem natural e reciprocamente, ouvindo os outros e discutindo de forma fundamentada.

Determinar o valor de uma expressão algébrica quando se atribui um valor numérico à letra.

Resolver problemas que envolvam expressões algébricas, em diversos contextos.

The image shows a Scratch script with the following blocks:
 

- quando for clicado
- pergunte Qual é o 1.º termo da sequência? e espere
- mude termo para resposta
- diga Os 10 primeiros termos da sequência são: por 2 segundos
- repita 10 vezes
  - diga termo por 2 segundos
  - adicione 3 a termo
- pare todos

Incentivar a descrição algébrica de conjuntos, encorajando os alunos a perseguirem as suas ideias e integrando-as nas discussões coletivas [Exemplo: O conjunto dos números pares ou o conjunto dos números de arestas dos prismas].

Propor problemas em que haja vantagem em recorrer à folha de cálculo para realizar pequenos programas que determinem valores de expressões algébricas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional [Exemplo: Dois amigos fazem uma aposta sobre quem ganhará uma corrida de 180 metros. A Maria está muito confiante e decide dar um avanço ao Pedro, partindo quando este já tinha percorrido 40 metros. Mas, como a Maria é mais rápida, a cada 4 metros percorridos pelo Pedro, ela percorre 6. O que podes dizer acerca desta corrida? O que acontecerá se a Maria for um pouco mais lenta?].

A, C, D, E, F, I

<p>Expressões algébricas equivalentes</p>	<p>Identificar expressões algébricas equivalentes, relacionando-as com o seu significado no contexto, e justificar por palavras próprias.</p>	<p>Propor a exploração de relações que evidenciam que as expressões algébricas equivalentes podem relacionar-se com diferentes formas de raciocinar sobre situações, por forma a atribuir significado à variável [Exemplo: As expressões <math>3n</math> ou <math>2n+n</math> representam o número de arestas de um prisma com <math>n</math> vértices na base. A primeira traduz um olhar que identifica que o mesmo número de arestas se repete três vezes; a segunda, identifica a repetição do número de arestas nas duas bases e outro relativo às laterais]. Confirmar a equivalência, em casos particulares, a partir da substituição da letra por valores.</p>	
-------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>DADOS</b></p> <p>Questões estatísticas, recolha e organização de dados</p> <p>Questões estatísticas</p> <p>Fontes e métodos de recolha de dados</p>	<p>Formular questões de interesse dos alunos, sobre características qualitativas e quantitativas discretas.</p> <p>Participar na definição de quais são os dados a recolher e decidir onde devem ser recolhidos, incluindo fontes primárias ou secundárias, e quem inquirir e/ou o que observar.</p>	<p>Propor, sem prejuízo da realização de outras tarefas mais curtas e focadas que promovam a literacia estatística dos alunos, a realização de estudos simples que envolvam todas as fases de uma investigação estatística, desde de formulação da questão estatística à divulgação dos resultados.</p> <p>Encorajar os alunos a partilhar curiosidades e interesses e aproveitar as suas ideias para fazer emergir questões que possam ser transformadas em questões estatísticas que envolvam características qualitativas e quantitativas discretas. Valorizar questões sobre assuntos relacionados com a turma, a escola ou com outras áreas do saber. Mobilizar o contexto de experiências realizadas em outras áreas e definir questões estatísticas associadas.</p> <p>Propiciar que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões, que se complementem para a produção de conclusões sobre o assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos.</p> <p>Recorrer a fontes secundárias de dados que permitam ampliar os horizontes de aplicação das questões estatísticas, salientando a importância de utilizar sítios credíveis na Internet [Exemplo: Recorrer ao Pordata Kids].</p>	<p>A, B, C, D, E, F, G, I</p>

	<p>Participar criticamente na seleção do método de recolha de dados num estudo, identificando como observar ou inquirir (pergunta direta) e como responder (pública/secrta).</p> <p>Selecionar o método de recolha dos dados, em especial questionários simples.</p> <p>Reconhecer que diferentes técnicas de recolha de dados (respostas auto-selecionadas, entrevista direta (oral) <i>versus</i> por escrito) têm implicações para as conclusões do estudo.</p>	<p>Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obtenção dos dados (dando especial atenção ao questionário).</p> <p>Avaliar criticamente eventuais consequências de optar por métodos públicos ou privados de obter dados, analisando a possibilidade de se obterem respostas não fidedignas no caso de respostas públicas (é possível obter respostas por simpatia, alteradas por vergonha ou para evitar exposição, por exemplo) [Exemplo: Sugerir a recolha de dados sobre a mesma pergunta recorrendo a dois métodos distintos: a entrevista direta (oral) <i>versus</i> por escrito (e anónima). Usar perguntas como “Lavas os dentes antes de deitar?”; “Numa votação para delegado de turma, quem escolherias?”; “Consideras-te uma pessoa bonita?”].</p>	
Questionários	<p>Construir questionários simples, com questões de resposta fechada, com recurso a tecnologia, e aplicá-los.</p>	<p>Apoiar os alunos na construção de questões objetivas, fechadas e que considerem as várias possibilidades de resposta. Discutir com a turma como organizar o registo dos dados a recolher para responder a uma dada questão, sensibilizando para a importância da organização dos dados para a compreensão dos mesmos.</p>	
Tabela de frequências	<p>Usar tabelas de frequências absolutas e relativas (em percentagem) para registar e organizar os dados e limpar de galhas detetadas. Usar título na tabela.</p>	<p>Solicitar a determinação da frequência relativa em fração e, quando possível, a sua conversão numa fração equivalente de denominador 100, de modo a relacionar com a ideia de “por cento” [Exemplo: Numa turma de 25 alunos, 10 praticam desporto fora da escola. Se fossem 100 alunos, quantos esperaríamos que praticassem desporto fora da escola? Seriam 40 em 100, ou seja, 40%].</p> <p>Observar o conjunto de dados recolhidos e verificar se existem dados inesperados que possam ser galhas. Em caso afirmativo e se possível, voltar a recolher/registar o dado, caso contrário excluir o dado ou interrogar a sua plausibilidade.</p>	



**Representações gráficas****Gráficos circulares**

Representar dados através de gráficos circulares de frequências relativas.

**Gráficos de barras**

Representar dados através de gráficos de barras de frequências relativas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas.

Sensibilizar os alunos de que um gráfico é a melhor maneira de compreender e resumir dados.

Incentivar a utilização de tecnologia para a construção de gráficos circulares, nomeadamente dos que podem ser obtidos a partir das recolhas por questionários via internet.

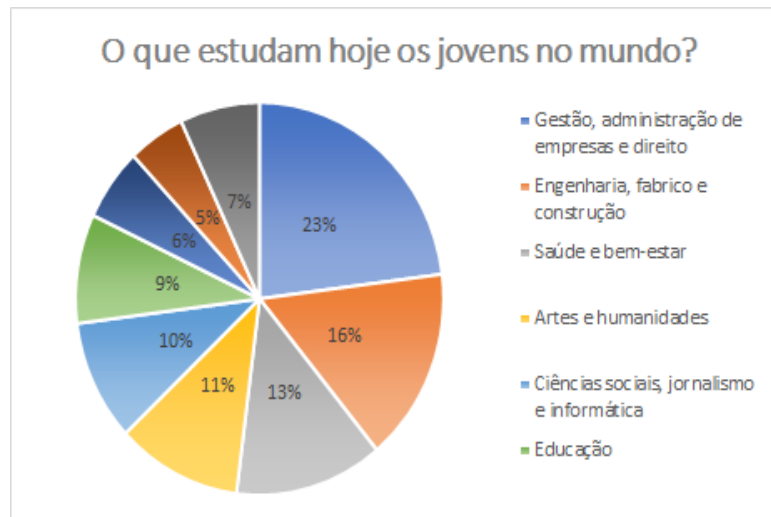
Propor aos alunos a análise, em grupo, de gráficos diferentes (de barras e gráficos circulares) relativos aos mesmos dados e discutir as vantagens e desvantagens de cada um, incentivando o seu espírito crítico [Exemplo: Evidenciar, na situação ilustrada pelos gráficos, que a existência de muitas categorias, neste caso oito, tende a tornar a interpretação do gráfico circular menos clara (devido à dificuldade da distinção entre cores ou entre símbolos)]



A, B, C,  
D, E, F, I

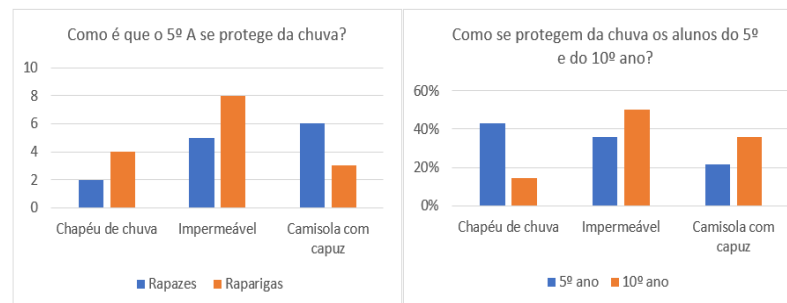
Gráficos de barras justapostas

Representar conjuntos de dados (qualitativos e/ou quantitativos discretos) através de gráficos barras justapostas (frequências absolutas e relativas), usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas.



Fonte: Eu e o mundo-uma história infográfica. Edicare editora].

Propor a construção e comparação de gráficos de barras justapostas entre duas características qualitativas ou entre uma característica quantitativa e outra qualitativa [Exemplo: Como será que as raparigas e os rapazes da nossa turma se protegem da chuva? Será que os alunos do 10.º ano também têm os mesmos hábitos? Como podemos comparar se há menos alunos de 10.º ano que de 5.º ano?



Fonte própria].

**Análise crítica de gráficos**

Analisar e comparar diferentes representações gráficas presentes nos media, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia estatística.

Decidir criticamente sobre qual(is) as representações gráficas a adotar e justificar a(s) escolha(s).

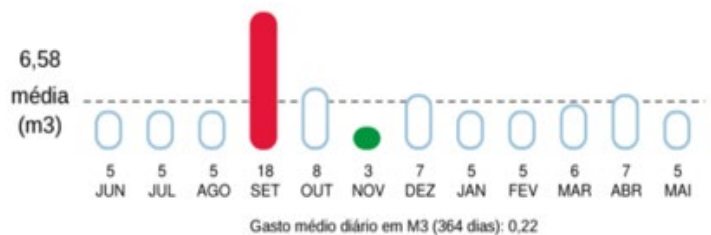
Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão na turma, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.

Propor análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e desafiar para a sua identificação e efeitos obtidos, incentivando o sentido crítico [Exemplo: Comparar dois gráficos que representem o mesmo conjunto de dados, mas usem diferentes escalas].

Explorar outras representações gráficas inovadoras que melhor consigam “contar”, de forma honesta, a história por detrás dos dados, incluindo sempre a fonte, o título e a legenda, valorizando a criatividade dos alunos e o espírito de iniciativa e autonomia.

Propor a discussão de gráficos respeitantes à vida quotidiana, promovendo a literacia estatística [Exemplo: Analisar a representação gráfica do consumo de água da família, analisando um recibo real

**Histórico de Consumo**



Média Consumo dos últimos 12 meses  
**6 M3 a cada 30 dias**

].

Fonte própria].

**Análise de dados****Resumo dos dados - média**

Identificar a média como o valor resultante da distribuição equitativa do total dos dados (o ponto de equilíbrio dos dados) e interpretar o seu significado em contexto.

Calcular a média com recurso a um procedimento adequado aos dados, nomeadamente dividir a soma dos valores dos dados pelo número de dados, e compreender que esta medida é sensível a cada um dos dados.

Identificar qual(ais) a(s) medida(s) de resumo que são possíveis de calcular em dados qualitativos e em dados quantitativos.

**Interpretação e conclusão**

Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros e discutindo de forma fundamentada.

Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas

Recorrer a materiais manipuláveis para promover a compreensão sobre a média [Exemplo: Num clube do livro de uma escola, um grupo de seis alunos combinou ler a saga Harry Potter, uma coleção com 7 livros, até ao fim do 1.º período. No fim de novembro, o número de livros que cada um tinha lido foi 5, 7, 3, 4, 6, 5. Sabendo que a média corresponde ao valor resultante da distribuição equitativa do total dos dados, utiliza os cubinhos encaixáveis para descobrires a média do número de livros já lidos. Escreve um comentário sobre a forma como os alunos estão a perseguir o seu objetivo e que inclua a média].

Encorajar o uso de procedimentos de cálculo da média que recorram ao seu significado, usando o cálculo mental [Exemplo: A média do conjunto 24, 24, 24, 40 pode ser calculada distribuindo a diferença entre 40 e 24 pelos quatro dados ( $16:4 = 4$ ), tornando assim todos os dados iguais, pelo que a média é igual a  $24 + 4 = 28$ ].

Promover a discussão de situações em que se reconhece como a média é afetada pelos valores atípicos, estimulando o sentido crítico dos alunos [Exemplo: A Ana está a ditar ao Luís as idades das meninas da turma para calcularem a média na calculadora. O Luís escreve: 11, 11, 10, 11, 10, 10, 100, 11, 10, 11 e responde: dá 19,5. A Ana diz que o cálculo do Luís não pode estar correto. Como adivinhou a Ana?].

Propor a análise de conjuntos de dados para os quais exista maior adequação da moda ou da média, em função da questão em estudo.

Suscitar o sentido crítico sobre a interpretação das representações gráficas, no que diz respeito à forma como os dados estão distribuídos e à identificação de valores atípicos.

Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.

C, D, E, F

<p><b>Comunicação e divulgação de um estudo</b></p>	<p>conclusões obtidas.</p>		<p>A, B, E, F, H, I</p>
<p><b>Posters digitais</b></p>	<p>Elaborar um poster digital que apoie a apresentação oral de um estudo realizado, atendendo ao público a quem será divulgado, contando a história que está por detrás dos dados, e colocando questões emergentes para estudos futuros.</p>	<p>Promover a discussão, com toda a turma, sobre a quem divulgar as conclusões do estudo. Promover a sua divulgação, em grupo, a acontecer na sala de aula ou outros espaços da escola/agrupamento/comunidade, ou através da participação em concursos ou outras iniciativas, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática.</p> <p>Apoiar os grupos, em aula, na preparação de pósteres digitais, selecionando os elementos indispensáveis a considerar, de modo a sintetizar as ideias mais relevantes do estudo, promovendo o espírito de síntese e rigor, e alertando para os cuidados a ter para garantir uma comunicação eficaz [Exemplo: selecionar elementos como a questão do estudo, gráficos decorrentes do tratamento do questionário, uma frase de conclusão, e um desenho ilustrativo]. Promover o desenvolvimento dos posters em articulação com a disciplina de TIC.</p>	
<p><b>Probabilidades</b></p> <p><b>Frequência relativa para estimar a probabilidade</b></p>	<p>Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento exprime o grau de convicção na sua realização.</p> <p>Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento assume um valor que está compreendido entre 0% e 100%.</p>	<p>Propor situações do quotidiano para dar sentido à probabilidade de um acontecimento se repetir, recorrendo à frequência relativa [Exemplo: O que significa referir que a probabilidade de o próximo bebé de uma família, escolhida ao acaso, ser do sexo masculino, é aproximadamente</p>	<p>B, C, D, E</p>

	<p>Estimar a probabilidade de acontecimentos usando a frequência relativa.</p> <p>Conjeturar sobre o grau de convicção na ocorrência de uma dada característica num grupo com base em informação obtida em grupos diferentes.</p> <p>Usar as probabilidades para conhecer e compreender o mundo à nossa volta, reconhecendo a utilidade e poder da Matemática na previsão de acontecimentos incertos se virem a realizar.</p>	<p>50%? Ou o que significa dizer que a probabilidade de um jovem entre os 15 e os 24 anos utilizar a Internet é, aproximadamente, 100%?].</p> <p>Solicitar a pesquisa, a pares ou em grupo, de informação em fontes fidedignas, evidenciando a utilidade da Matemática na descrição e previsão de fenómenos reais [Exemplo: Pesquisa no site Pordata Kids os dados disponíveis para responderes à questão: Dos alunos que estão a estudar enfermagem, há mais rapazes ou raparigas? Determina as frequências relativas da característica “ser rapariga” para os últimos três anos. Assinala numa linha de probabilidade, marcada de 0% a 100%, uma estimativa para a probabilidade de, escolhendo ao acaso um estudante de enfermagem, ser uma rapariga e outra estimativa para ser rapaz. Será que a estimativa é a mesma para os estudantes do curso de medicina?].</p> <p>Propor a discussão sobre a razoabilidade das probabilidades associadas a uma característica para um dado grupo se manterem para outro grupo, justificar as razões para essa estimativa e, se possível, verificar [Exemplo: Sabendo que nesta turma se estimou que 80% dos alunos calçam sapato tamanho 34, será que este valor se mantém em outra turma do 5.º ano? E numa turma do 9.º ano?].</p> <p>Propor a discussão sobre a razoabilidade das probabilidades relativas a uma característica para um dado grupo se manterem para um grupo de outra população, justificar as razões para essa previsão e, se possível, verificar recorrendo a fontes secundárias [Exemplo: Sabendo que nesta escola é mais provável que um aluno beba água da torneira, o que se prevê que aconteça com os alunos no Burundi? (Consultar o <i>site</i> Dollar Street)].</p>	
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>GEOMETRIA E MEDIDA</b></p> <p><b>Figuras planas</b></p> <p>Retas, semirretas e segmentos de reta</p> <p>Posição relativa de retas</p> <p>Amplitude de um ângulo</p>	<p>Distinguir reta de semirreta e de segmento de reta.</p> <p>Identificar a posição relativa de retas paralelas e retas concorrentes, perpendiculares ou oblíquas, e representá-las utilizando recursos diversificados.</p> <p>Compreender que a amplitude de um ângulo pode ser medida e conhecer a unidade de medida grau.</p> <p>Medir a amplitude do ângulo usando transferidor, com aproximação ao grau, e classificá-lo.</p>	<p>Propor a construção de retas, semirretas e segmentos de reta em ambientes de geometria dinâmica (AGD) [Exemplo: GeoGebra] e discutir com os alunos as diferentes representações.</p> <p>Propor a construção de pares de retas com diferentes posições relativas, em AGD, e tirar partido da manipulação para observar casos variados e evitar a fixação em casos prototípicos (retas na horizontal ou vertical).</p> <p>Solicitar a representação de retas, em diferentes posições relativas, em papel com malhas (ponteadas isométricas ou quadriculadas) e sem malhas, com recurso a régua e esquadro.</p> <p>Propor uma pesquisa, no âmbito da História da Matemática, sobre a origem da medida da amplitude de ângulos e a sua relação com o número de dias do ano.</p> <p>Recorrer a um AGD para, em discussão com a turma, manipular um ângulo dinâmico com lado origem fixo e o lado extremidade variável e analisar a medida da sua amplitude, com recurso a um transferidor virtual, para apoiar a compreensão da utilização do instrumento físico.</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>

	Fazer estimativas de medida de amplitude de um dado ângulo, por comparação com amplitudes de ângulos de referência ( $45^\circ$ , $90^\circ$ e $180^\circ$ ).	Propor a discussão, em pares, de estimativas de amplitude de ângulos com recurso a um geoplano circular, comparando com ângulos de referência, incentivando o sentido crítico dos alunos.	
Construção de ângulos	Construir ângulos com uma dada medida de amplitude.		
Classificação de triângulos	Classificar triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos. Descrever relações entre os lados e os ângulos de um triângulo e usá-las na resolução de problemas.	Discutir com os alunos a relação hierárquica entre o triângulo equilátero e o triângulo isósceles. Estimular a identificação de relações existentes entre os lados e os ângulos, com recurso a AGD.	
Construção de triângulos	Construir triângulos e compreender os casos em que é possível a sua construção, apresentando e explicando ideias e raciocínios.	Propor a investigação, em grupo, da possibilidade de construir triângulos dados os comprimentos dos três lados, recorrendo a AGD ou material manipulável, e sistematizar os resultados a partir da discussão pela turma, promovendo a capacidade de trabalhar em equipa.	
Crítérios de congruência de triângulos	Reconhecer os critérios de congruência de triângulos e usá-los na construção de triângulos e resolução de problemas.	Propor problemas de análise e de construção de triângulos com régua e compasso, a partir dos critérios de congruência de triângulos, e discutir coletivamente as resoluções propostas [Exemplo: Considera as seguintes informações sobre os comprimentos dos lados e as amplitudes dos ângulos de um triângulo: 11cm; 12cm; 8cm; $40^\circ$ ; $75^\circ$ e $65^\circ$ . Seleciona as informações que consideras relevantes para construir o triângulo].	
Equivalência de figuras planas	Compreender o significado de figuras equivalentes e resolver problemas em diversos contextos.	Promover a resolução de problemas que envolvam áreas e possam ser resolvidos por decomposição e composição de figuras cujas expressões das medidas das áreas sejam conhecidas, proporcionando oportunidades para que os alunos, individualmente, analisem criticamente as resoluções realizadas por si e as melhorem.	



<p>Área do paralelogramo</p>	<p>Generalizar e justificar a expressão para o cálculo da medida da área do paralelogramo a partir do retângulo, com recurso a material manipulável e/ou tecnológico.</p> <p>Identificar as alturas de um paralelogramo.</p>	<p>Promover a construção em AGD de retângulos e paralelogramos que, de um para o outro, mantêm a igualdade entre as medidas das bases e alturas. Incentivar à investigação da relação entre as áreas e sua justificação para obter a expressão para a medida da área do paralelogramo.</p>	
<p>Área do triângulo</p>	<p>Generalizar e justificar a expressão para o cálculo da medida da área do triângulo a partir do paralelogramo, com recurso a material manipulável e/ou tecnológico.</p> <p>Identificar as alturas de um triângulo e relacionar as respetivas posições com a classificação do triângulo.</p>	<p>Incentivar a construção de diferentes paralelogramos e triângulos com as mesmas dimensões, com recurso a malhas ponteadas, quadriculadas ou o geoplano, e estimular a identificação de relações entre as suas áreas.</p> <p>Propor a exploração, a pares, recorrendo a AGD, da altura (e área) de um triângulo dinâmico, fixando a base e arrastando o terceiro vértice numa reta paralela à base, obtendo triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos e concluir sobre a invariância da sua medida.</p>	
<p>Figuras no espaço</p>			<p>C, D, E, F</p>
<p>Propriedades de poliedros</p>	<p>Identificar pares de faces paralelas e pares de faces perpendiculares em prismas.</p> <p>Explicar a classificação hierárquica entre prismas retos, paralelepípedos retângulos e cubos, apresentando e explicando raciocínios e representações.</p> <p>Formular e testar conjecturas identificando regularidades em classes de poliedros envolvendo os seus elementos e expressá-las usando linguagem corrente ou através de expressões algébricas.</p> <p>Justificar relações entre os elementos de classes de poliedros recorrendo à sua</p>	<p>Propor a análise de um conjunto de sólidos organizados em dois grupos: prismas e outros poliedros. Questionar sobre o critério de organização dos sólidos, procurando que os alunos identifiquem as características comuns aos prismas e que os distinguem dos outros sólidos. Solicitar que os alunos organizem os prismas em dois conjuntos e justifiquem, conduzindo à relação hierárquica entre paralelepípedos e prismas e, consecutivamente, entre cubos e paralelepípedos.</p> <p>Levar à análise de uma sequência de sólidos da mesma classe e propor uma lei de formação para um número de elementos [Exemplo: Número de vértices de um prisma, variando o número de vértices da base], estabelecendo conexões com a álgebra e valorizando a apresentação de argumentos.</p> <p>Promover investigações, em grupo, sobre a relação entre os elementos de uma pirâmide e uma bipirâmide do mesmo tipo ou entre os</p>	

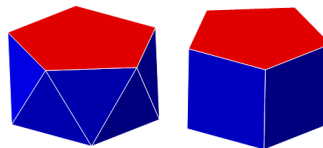
Planificações de poliedros

organização espacial, apresentando e explicando raciocínios e representações.

Identificar e construir poliedros a partir das suas planificações, estabelecendo relações entre elementos da planificação e do poliedro.

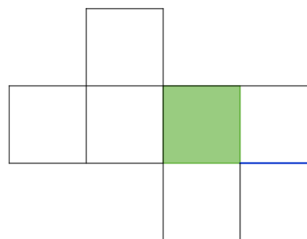
Construir e reconhecer diferentes planificações para o mesmo poliedro.

elementos de um prisma e um antiprisma do mesmo tipo, usando modelos físicos, e promovendo a capacidade de trabalhar em equipa



[Exemplo: Quantas arestas tem um prisma pentagonal? E quantas arestas tem um antiprisma pentagonal? O que acontecerá quando as bases forem decágonos? E se a base tiver outro número de arestas, consegues descobrir? E o que podes dizer sobre as faces e os vértices? Justifica].

Sugerir a construção de planificações de sólidos e utilizar cores para assinalar os segmentos que correspondem às mesmas arestas ou a faces paralelas/perpendiculares, de modo a estabelecer a ligação entre a representação plana e o sólido [Exemplo: Observa a planificação do cubo. Pinta de azul o lado do quadrado que forma aresta com o lado pintado dessa cor. Repete para o lado encarnado. Confirma a tua resolução montando o cubo com quadrados encaixáveis. Observa também o quadrado pintado de verde. Pinta da mesma cor um quadrado que corresponda a uma face que lhe seja paralela].



Propor a construção de todas as planificações possíveis de poliedros simples, como o cubo ou uma pirâmide quadrangular.