



8.º ANO | 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO

Este documento curricular apresenta as aprendizagens matemáticas a que os alunos do Ensino Básico devem ter acesso e o racional que as justifica. Foi elaborado por uma equipa pluridisciplinar, composta por especialistas em Didática da Matemática e em Matemática (Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidades) e por professores experientes dos diversos níveis de ensino: Ana Paula Canavarro (coordenadora), Célia Mestre, Dulce Gomes, Elvira Santos, Leonor Santos, Lina Brunheira, Manuela Vicente, Maria João Gouveia, Paulo Correia, Pedro Macias Marques e Rui Gonçalo Espadeiro.

A Introdução do documento é composta por duas secções distintas. A primeira secção é comum a todo o Ensino Básico e define ideias-chave que abrangem todo este nível de ensino. A segunda secção diz respeito ao 3.º Ciclo e explicita os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, fazendo referência à articulação vertical com o ciclo anterior.

Por simplificação do texto, este documento não adota linguagem sensível ao género mas assume, naturalmente, uma perspetiva inclusiva.

1. Matemática na Educação Básica

Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em que é preciso mobilizar múltiplas literacias para responder às exigências destes tempos de imprevisibilidade e de mudanças aceleradas. A ideia de “literacia matemática”, em que a OCDE (<https://www.oecd.org/pisa/>) destaca a capacidade de raciocinar matematicamente e interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável.

Neste contexto, “Matemática para todos” é um princípio essencial que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que cada um deve ter oportunidade de ser sujeito de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

Outro princípio que se assume é “A Matemática é única, mas não é a única”, que perspetiva a Matemática no quadro de uma educação global e integral do indivíduo, na qual a Matemática contribui, a par com as outras áreas curriculares e em diálogo com elas, para o desenvolvimento das áreas de competências transversais indicadas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

O terceiro princípio assumido é “Matemática para o século XXI”, que corresponde à focagem das aprendizagens matemáticas dos alunos no que é efetivamente relevante nos tempos atuais, com desafios claramente distintos dos do século passado, acompanhando as tendências internacionais no que diz respeito a uma seleção criteriosa do que os alunos devem aprender e como.

A consideração destes três princípios teve implicações que se refletem na definição dos objetivos e conteúdos de aprendizagem, das orientações metodológicas e das orientações para a avaliação.

Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspetiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

1. Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autónomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
2. **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos** (conceitos, procedimentos e métodos) relativos aos temas **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, e Geometria**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de aceder a estes conhecimentos e de reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades oferecem para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
3. Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes.
4. Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreender o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjecturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
5. Desenvolver e mobilizar o **pensamento computacional**, capacidade que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional pressupõe o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.
6. Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
7. Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática, e como possibilidade de apropriação da informação veiculada nos diversos meios de comunicação, nomeadamente digitais, onde surge em formatos em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação. A

tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.

8. Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos temas da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em várias áreas ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

O que aprender em Matemática?

Neste documento curricular assumem centralidade enquanto conteúdos de aprendizagem na área curricular de Matemática, tanto capacidades matemáticas transversais, como conhecimentos matemáticos, de acordo com o esquema (Figura 1), que relaciona os diversos conteúdos a serem contemplados nas aprendizagens dos alunos.

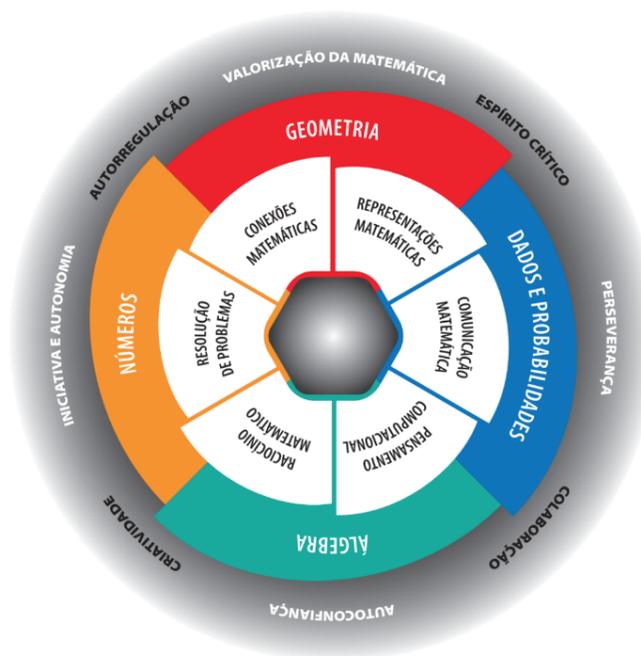


Figura 1: Conteúdos de aprendizagem em Matemática no Ensino Básico.

As capacidades matemáticas transversais consideradas em todo o Ensino Básico são seis. Às capacidades de resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática, representações matemáticas e conexões matemáticas (internas e externas), junta-se agora o pensamento computacional, ampliando-se assim o conjunto das que eram valorizadas em anteriores documentos curriculares.

Pela sua importância, estas capacidades são valorizadas como objetivos de aprendizagem e surgem contempladas como um tema de aprendizagem em todos os anos de escolaridade, salientando-se que este destaque enquanto tema não sugere o seu tratamento isolado, mas sim a sua presença permanente e integrada em todos os temas matemáticos.

Os conhecimentos matemáticos contemplados em todo o Ensino Básico inscrevem-se nos quatro temas expectáveis, adotando-se tópicos e abordagens adequadas às necessidades da atual sociedade para lidar com questões que envolvem quantidade, relações e variação, dados e incerteza, espaço e forma, em contextos diversos. Valorizando-se uma abordagem em espiral, os conhecimentos dos diferentes temas são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. A segunda secção desta Introdução explicita o entendimento a dar a cada um dos temas matemáticos neste ciclo de escolaridade.

Este documento curricular valoriza ainda algumas **capacidades e atitudes gerais transversais**, decorrentes das áreas de competências previstas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Estas contribuem para uma educação matemática mais articulada com uma educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. A seleção recai, sem prejuízo de que todas sejam contempladas quando pertinente, naquelas que mais diretamente se relacionam com a Matemática, considerando-se as capacidades de pensamento crítico, criatividade, colaboração e autorregulação, e as atitudes de autoconfiança, perseverança, iniciativa e autonomia e valorização do papel do conhecimento, aqui concretizado na Matemática. Estas capacidades e atitudes gerais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, aplicando-se transversalmente em todos os temas de aprendizagem.

Como promover a aprendizagem da Matemática?

Este documento curricular considera um conjunto de orientações metodológicas que refletem os princípios orientadores adotados, em especial no que diz respeito ao princípio do direito à aprendizagem da Matemática por todos os alunos. Valorizam-se por isso práticas de ensino promotoras das aprendizagens matemáticas dos alunos que simultaneamente potenciam o alcançar dos objetivos de aprendizagem definidos. Estas orientações metodológicas aplicam-se a todos os anos de escolaridade e temas de aprendizagem, destacando-se as seguintes ideias-chave:

- **Abordagem em espiral** – É importante que os alunos tenham múltiplas oportunidades de contactar com os diversos conteúdos matemáticos, em diferentes tempos, proporcionando-se o amadurecimento da compreensão e a consolidação progressiva das diversas

aprendizagens. Esta opção permite aprofundar as aprendizagens de acordo com a maturidade intelectual dos alunos, bem como criar novas possibilidades de aprendizagem aos alunos que ainda não a tenham realizado.

- **Articulação de conteúdos** – É importante que os alunos trabalhem de forma intencionalmente explícita com conhecimentos de diferentes temas na abordagem de uma mesma situação/tarefa, mobilizando conexões internas da Matemática. Só assim o aluno pode desenvolver uma visão coerente e integrada, não compartimentada, desta área do saber, o que releva para a qualidade das aprendizagens e está em relação com a abordagem em espiral.
- **Papel do aluno** – É da maior importância implicar os alunos no processo de aprendizagem, numa perspetiva de abordagem dialógica na construção de conhecimento. Proporcionar aos alunos o exercício da sua agência (iniciativa e autonomia) é essencial para a autorregulação da sua capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula** – É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e para que sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas transversais consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes gerais transversais, a estar presentes na abordagem e exploração das tarefas, qualquer que seja o tema.
- **Tarefas** – A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Importa considerar tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, destacando-se as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a realidade, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Modos de trabalho** – As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma independente do professor (embora com a sua monitorização), individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.
- **Recursos/tecnologia** – A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os **materiais manipuláveis** devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A Internet deve constituir-se como fonte importante de acesso

à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um caráter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- Uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma muito expressiva para as aprendizagens dos alunos, pelo que é imperioso o seu desenvolvimento na aula de Matemática;
- O foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, transmite o que é realmente importante saber, pelo que a sua prática deve respeitar e estar em consonância com as restantes componentes curriculares.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. Acresce que, para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação, as lentes que vão ser usadas para decidir se houve aprendizagem e o que falta melhorar, desenvolver, para que esta atinja o nível esperado. Se é certo que todo o professor tem critérios de avaliação, não é tão certo que estes sejam claros para os alunos. Assim, há que trabalhar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de autorregulação, fim último da avaliação formativa. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito. Mas para que o *feedback* possa realmente contribuir para a aprendizagem, para além de deve ser dado em tempo útil (depois do aluno ter tido oportunidade de trabalhar a tarefa e poder continuar a desenvolvê-la após receber os comentários do professor ou dos seus pares), deverá ainda ser compreensível, promover a sua reflexão sobre o que já fez, e apontar pistas que o oriente a prosseguir o seu trabalho.

No que respeita à avaliação **sumativa**, é imperioso que esta se operacionalize de forma coerente com as restantes componentes curriculares, isto é, tenha em conta os conhecimentos e as capacidades constantes na aprendizagem matemática. Uma vez que não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, há que diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo

limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística. Ao não respeitar esta orientação corre-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

Como é que este documento apoia a gestão curricular em Matemática?

O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato de Aprendizagens Essenciais, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

- **Temas e tópicos matemáticos [Coluna 1]** – Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial. Por incidir num ano de escolaridade específico, detalha os conteúdos a introduzir nesse ano, pressupondo necessariamente que o que foi abordado nos anos anteriores precisa de ser retomado. A explicitação por ciclo, incluída na segunda secção desta Introdução, indica os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, fazendo igualmente referência à articulação vertical com o ciclo anterior
- **Objetivos de aprendizagem [Coluna 2]** – Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico e subtópico em cada um dos cinco temas de aprendizagem (Capacidades matemáticas transversais, Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, Geometria);
- **Ações estratégicas de ensino do professor [Coluna 3]** – Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conhecimentos e capacidades matemáticas e também às capacidades e atitudes gerais ancoradas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas. Destaca-se a inclusão de exemplos que sublinham a intenção de, através da mesma tarefa, serem trabalhados objetivos de diversos subtópicos matemáticos e/ou capacidades matemáticas, numa lógica de articulação de aprendizagens e de racionalização do tempo;
- **Áreas de competências do Perfil dos Alunos [Coluna 4]** – Indica as áreas de competências definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor que são indicadas.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos os alunos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula. Caberá ao professor promover a diferenciação pedagógica por diferentes estratégias. Poderá abordar de diversos modos um mesmo conceito matemático (por exemplo, recorrendo ao uso de diferentes tipos de representações); propor diversos níveis de desenvolvimento de uma mesma tarefa (por exemplo, desafiando alguns alunos a resolver uma extensão da tarefa em exploração na aula); estabelecer conexões externas da Matemática com outras áreas, conquistando a mobilização para a Matemática de alunos que se sintam mais familiarizados ou confiantes nessas outras áreas.

2. Matemática no 3.º Ciclo

Que conteúdos importam neste ciclo de escolaridade?

Nesta secção indicam-se os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, e faz-se referência à articulação vertical com o ciclo anterior.

Capacidades matemáticas

No 3.º Ciclo, continua-se a trabalhar as seis capacidades matemáticas, alargando a sua abrangência e profundidade. Em particular, recorre-se à abstração e ao formalismo a níveis progressivamente mais elevados. Alargam-se as estratégias de resolução de problemas, valoriza-se o raciocínio indutivo e dedutivo, reforçando-se este último e acrescentando novas formas ao processo de justificação. Propõem-se ainda situações mais complexas para os alunos desenvolverem o seu pensamento computacional, nomeadamente desenvolvendo procedimentos passo a passo e refinando e otimizando as suas soluções. Promove-se o uso de múltiplas representações, com reforço das simbólicas, e a conversão entre elas, enriquecendo a comunicação matemática, e valoriza-se o estabelecimento de relações externas e internas da Matemática.

No 2.º Ciclo, os alunos trabalharam as seis capacidades matemáticas, usando estratégias de resolução de problemas, processos de raciocínio matemático, onde a justificação usa ainda representações sobretudo verbais, ativas, e icónicas, e com menor expressão as simbólicas. Os ambientes de programação são usados para resolver problemas simples, e as conexões, quer internas, quer externas, são consideradas em diversos objetivos dos objetivos e ações do professor.

Números

Ao longo do 3.º Ciclo estende-se o sentido do número a conjuntos numéricos progressivamente mais complexos. São introduzidos progressivamente os conjuntos dos números inteiros, dos números racionais e dos números reais. A valorização do cálculo mental

envolvendo progressivamente os números inteiros, os números racionais e os números reais e o saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados é mantida em estreita relação com as propriedades das operações, cabendo ao professor valorizar a utilização crítica da tecnologia. O formalismo e o recurso à simbologia associados aos números e às operações (incluindo operações com conjuntos) devem também ser progressivamente valorizados como elementos facilitadores da comunicação matemática e não como um fim em si mesmo.

No 2.º Ciclo, os alunos desenvolveram o sentido do número com números racionais não negativos e aprenderam a operar com estes números. O cálculo mental envolvendo números racionais não negativos em estreita relação com as propriedades das operações foi igualmente valorizado.

Álgebra

Na sequência do trabalho desenvolvido nos ciclos anteriores, os alunos devem, durante este ciclo, fazer recurso à Álgebra de forma sistemática. O estabelecimento de relações algébricas entre quantidades desconhecidas, o expressar a generalidade por representações adequadas e usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões, devem ser trabalhados com o objetivo de permitir determinar valores desconhecidos e como uma importante forma de representar relações entre grandezas ou quantidades do dia-a-dia. A compreensão da variação em situações diversas faz-se através do estudo de funções e de sucessões que deve privilegiar a complementaridade de abordagens por recorrência (associadas a procedimentos iterativos) e algébricas (essenciais em processos de generalização).

No 2.º Ciclo, os alunos desenvolveram o pensamento algébrico com recurso a representações simbólicas, nomeadamente, a escrita de expressões algébricas, no contexto de situações que procuram promover a atribuição de significado às letras, sejam variáveis ou parâmetros. Surgiu ainda a primeira abordagem à proporcionalidade direta, um contexto promotor da ideia de variação e do pensamento funcional.

Dados e Probabilidades

Pretende-se que o estudo dos Dados crie oportunidades para que os alunos continuem a desenvolver uma sólida literacia estatística. Assim, procura-se que os alunos sejam capazes de usar dados para produzir informação para conhecer o que os rodeia, fundamentar decisões e colocar novas questões. Em cada ano devem ser trabalhadas todas as fases de um estudo estatístico, desde a identificação de questões com relevância, até à comunicação do trabalho desenvolvido, podendo este trabalho traduzir-se pelo desenvolvimento de um estudo estatístico ou pela análise de estudos, ou suas componentes, realizadas por outros e divulgados nos media. Devem ainda ser acrescentados elementos de complexidade crescente, ampliando as possibilidades de tratamento e representação dos dados trabalhados, enriquecendo o conjunto de representações gráficas disponíveis para os alunos. O desenvolvimento do raciocínio probabilístico dá seguimento ao trabalho iniciado nos ciclos anteriores e permite a formalização de duas definições de probabilidade, assentes em vertentes experimentais e teóricas.

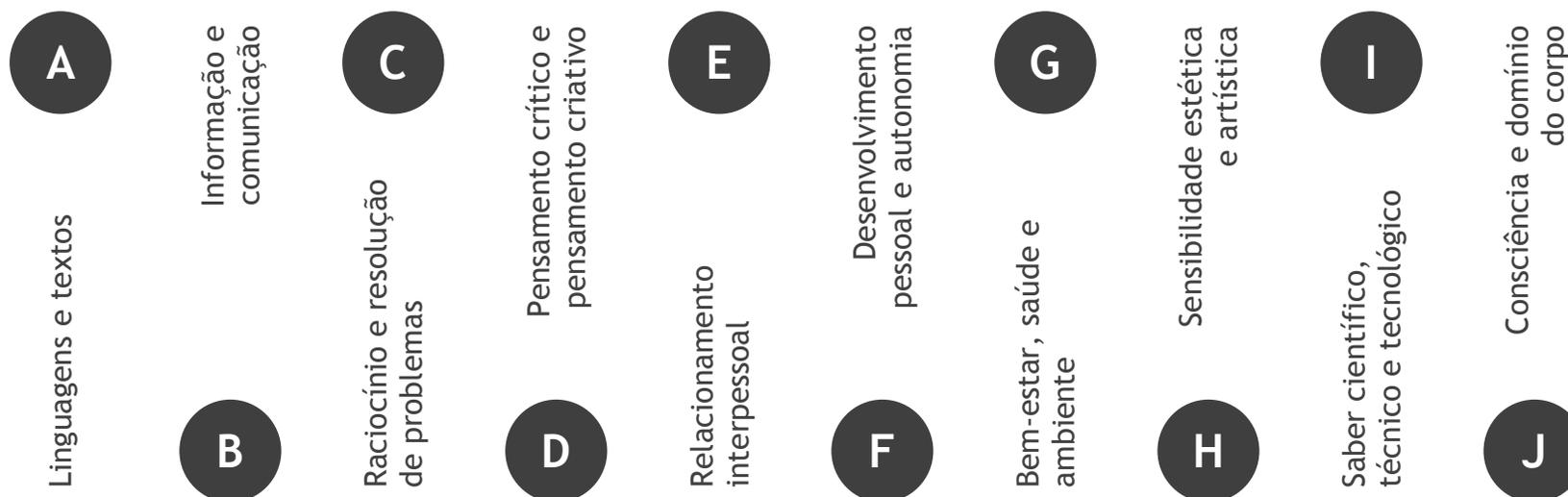
No 2.º Ciclo, os alunos recolheram e trataram dados quantitativos contínuos, trabalharam a média e a classe modal, e ampliaram o conjunto de representações gráficas. Foi valorizado o desenvolvimento da literacia estatística através do desenvolvimento do sentido crítico dos alunos, e da interpretação e comunicação de resultados. A quantificação da probabilidade em relação com a frequência relativa foi igualmente trabalhada.

Geometria

Neste ciclo pretende-se continuar a desenvolver o raciocínio espacial dos alunos, ampliando a sua compreensão do espaço e a sua capacidade de operarem com figuras no plano e no espaço. O estabelecimento de relações algébricas a partir do estudo de objetos geométricos deve ser acompanhado pela experiência (onde a tecnologia desempenha um papel fundamental) reforçando a relação entre a Geometria e a Álgebra. O estudo das transformações geométricas ganha relevância e cria um contexto favorável para o aumento gradual e progressivo da abstração e do formalismo matemáticos adequados ao raciocínio e à comunicação matemáticos.

No tema Geometria e Medida, no 2.º Ciclo, os alunos trabalharam as propriedades dos polígonos, realizaram construções geométricas, nomeadamente de triângulos, e estudaram a classificação e congruência de triângulos. Foi ainda feito o estudo da área do triângulo, paralelogramo e círculo. No espaço, estudaram-se alguns sólidos e medidas dos seus volumes.

ÁREAS DE COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS (ACPA)



OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</p> <p>Resolução de problemas</p> <p>Processo</p> <p>Estratégias</p>	<p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p>	<p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes [Exemplo: A propósito da resolução de sistemas de duas equações a duas incógnitas, propor a análise de enunciados de problemas que resultem na formulação de apenas uma equação com duas incógnitas. Discutir a existência de soluções múltiplas e as implicações de acrescentar uma nova condição no contexto do problema].</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama.</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

Raciocínio matemático	Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.	Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	A, C, D, E, F, I
Conjeturar e generalizar	Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	<p>Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjeturar, generalizar e justificar [Exemplo:</p> <p>Considera a seguinte afirmação: “A expressão $n(n+1)+17$, com $n \in \mathbb{N}$, representa um número primo”. Escolha uma das seguintes opções, justificando-a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Verdadeiro • Falso • Algumas vezes verdadeiro]. 	
Classificar	Classificar objetos atendendo às suas características.	<p>Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.</p> <p>Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas [Exemplo: Incentivar os alunos a estabelecer a relação entre os conjuntos numéricos \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, e \mathbb{R}].</p>	

<p>Justificar</p>	<p>Distinguir entre testar e validar uma conjectura.</p> <p>Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.</p> <p>Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização.</p>	<p>Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjectura, destacando a diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos, por exaustão e por redução ao absurdo. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.</p>	
<p>Pensamento computacional</p>			<p>C, D, E, F, I</p>
<p>Abstração</p>	<p>Extrair a informação essencial de um problema.</p>	<p>Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante. Realçar processos relevantes e secundarizar detalhes e especificidades particulares.</p>	
<p>Decomposição</p>	<p>Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.</p>	<p>Incentivar a identificação de elementos importantes e estabelecer ordens entre eles na execução de uma tarefa, criando oportunidades para os alunos decomponem a tarefa em partes mais simples, diminuindo desta forma a sua complexidade.</p>	
<p>Reconhecimento de padrões</p>	<p>Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.</p>	<p>Incentivar a procura de semelhanças e a identificação de padrões comuns a outros problemas já resolvidos de modo a aplicar, a um problema em resolução, os processos que anteriormente se tenham revelado úteis. [Exemplo: Em qualquer equação da forma $ax^2+bx=0$, incentivar o reconhecimento de que as soluções são $x=0$ e $x=-b/a$].</p>	

Algoritmia	Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos. [Exemplo: Incentivar os alunos a escrever um algoritmo que permita verificar se um dado valor é termo de uma sequência dada].	A, C, E, F
Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução.	Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança [Exemplo: Encontrar todos os poliedros regulares, garantindo que não falta nenhum e que não existem repetições entre os encontrados].	
Comunicação matemática	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	<p>Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem, questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.</p> <p>Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas.</p> <p>Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos, favorecendo a autorregulação dos alunos [Exemplos: Questão para obter informação: Que informação tiras do gráfico?; Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?].</p>	

<p>Discussão de ideias</p>	<p>Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.</p>	<p>Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>
<p>Representações matemáticas</p>	<p>Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.</p> <p>Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.</p>	<p>Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas.</p> <p>Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos.</p> <p>Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes, valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia [Exemplos: Valorizar o papel das tabelas, dos diagramas em árvore e dos diagramas de Venn, para fazer contagens e operações com acontecimentos no contexto das probabilidades].</p> <p>Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Fornecer a cada grupo folhas A3 e canetas grossas de cor, para registar a resolução de um problema; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].</p>	
<p>Conexões entre representações</p>	<p>Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos</p>	<p>Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência dos números quadrados permite compreender porque resultam de adições dos números ímpares</p>	

	<p>matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>	<p>consecutivos, valorizando o sentido crítico dos alunos e o trabalho de alunos que ainda não revelem um nível suficiente de autoconfiança].</p>	
<p>Linguagem simbólica matemática</p>	<p>Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.</p>	<div data-bbox="1064 287 1489 486" style="text-align: center;"> <p>$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$ $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$ $1 + 3 = 4 = 2^2$ $1 = 1^2$</p> </div> <p>Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática e a compreensão da vantagem da sua utilização [Exemplo: O recurso à escrita na forma de intervalos de números reais como forma de representar conjuntos numéricos].</p> <p>Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica [Exemplo: No estudo das funções, conduzir os alunos a reconhecer vantagens e limitações das diferentes representações (tabela, gráfico ou expressão algébrica)].</p>	<p>C, D, E, F, H, I</p>
<p>Conexões matemáticas</p>			
<p>Conexões internas</p>	<p>Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.</p>	<p>Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as reconheçam [Exemplo: Propor a resolução do problema “O comprimento de um retângulo foi aumentado 10% e a sua largura foi reduzida 10%. O que podes dizer sobre a área do novo retângulo quando a comparas com a do retângulo inicial? Justifica a tua resposta”, que permite valorizar a conexão entre a Geometria, os Números e a Álgebra. Possíveis extensões do problema, com a variação da percentagem e a determinação da relação entre as medidas das áreas em função da percentagem, permitirão também estabelecer outras conexões com a Álgebra. Para além disso, este problema permite desenvolver o raciocínio matemático, nomeadamente a justificação].</p>	
<p>Conexões externas</p>	<p>Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos</p>	<p>Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo</p>	

<p>Modelos matemáticos</p>	<p>(outras áreas do saber, realidade, profissões).</p> <p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p>	<p>a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Tirar partido da articulação horizontal explorando a possibilidade de trabalhar com docentes de outras áreas disciplinares para desenvolver atividades integradas, nomeadamente no domínio das STEAM].</p> <p>Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.</p> <p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: A exploração de contextos que impliquem a recolha e tratamento de dados com o objetivo de estabelecer um modelo matemático, como seja a variação da porção de vela queimada ao longo do tempo, proposta no estudo da função afim].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros [Exemplo: Convidar os alunos a identificar parábolas em jatos de água e em construções arquitetónicas, como as de Calatrava].</p>	
----------------------------	--	---	--

Potências de base racional e expoente inteiro

sejam valores aproximados, e resolver problemas associados.

Compreender o significado de potência de base racional e expoente inteiro.

Reconhecer e aplicar as regras operatórias de potências de base racional e expoente inteiro.

Simplificar e calcular expressões numéricas envolvendo potências.

Comparar e ordenar potências de base racional e expoente inteiro.

Conjeturar ou generalizar regularidades na multiplicação e divisão de potências e justificar.

Interpretar situações matemáticas que envolvam potências de base racional e expoente inteiro e resolver problemas associados.

Operar com potências de base racional e expoente inteiro, apresentando e explicando ideias e raciocínios.

Propor situações que conduzam ao uso da calculadora para analisar de forma crítica o sinal de produtos e quocientes de racionais [Exemplo: Propor aos alunos que calculem mentalmente $(-7)/(-5)$ e que usem a calculadora (ou outro instrumento tecnológico) para efetuar o mesmo cálculo, de modo a comparar os resultados obtidos e pedir que expliquem eventuais diferenças; solicitar que prevejam os resultados a obter para o cálculo de $(-7)/(-2-3)$ e de $(-2-5)/(-5)$, usando o mesmo instrumento e omitindo ou não algum dos parênteses].

Propor situações que permitam o reconhecimento de que a multiplicação de números racionais é a operação que estende a multiplicação com números racionais não negativos, mantendo as suas propriedades.

Promover a identificação das regras das potências de base -1 e expoente natural e conduzir os alunos na generalização às potências de base racional e expoente natural.

Propor a exploração, em grupo, e consequente discussão com toda a turma, de divisões de potências com igual base, contribuindo para a compreensão do significado de potência de expoente negativo ou nulo, incentivando a colaboração entre os alunos.

Propor a comparação e ordenação de potências sem necessidade de efetuar cálculos [Exemplo: $(\frac{2}{5})^3$, $(\frac{2}{5})^{-3}$, $(-1)^3$, $(-\frac{2}{5})^3$, $(-\frac{2}{5})^{-3}$, 2^3 , 2^{-3} , $(-2)^3$, $(-2)^{-3}$].

Providenciar problemas, por exemplo de sequências, em que as potências sejam usadas para modelar com vantagem situações matemáticas.

Expressões numéricas

Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam as operações com números racionais, fazendo uso das propriedades.

Imaginar e descrever uma situação que possa ser traduzida por uma expressão numérica dada.

Apresentar uma expressão numérica e solicitar aos alunos um contexto que possa ser traduzido pela expressão dada.

Apresentar aos alunos uma situação e solicitar a sua tradução por uma expressão numérica envolvendo números racionais e efetuar o seu cálculo [Exemplo: Em 2018, um jogador de futebol foi transferido para o atual clube por 32,7 milhões de euros. A transferência implicou ainda o pagamento adicional de 12% em comissões. No final da época deverá deixar o clube por um valor aproximado de 49 milhões de euros. Quanto irá ganhar o clube com esta nova transferência?].

Cálculo mental

Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental para operar com números racionais, mobilizando as propriedades das operações.

Promover a valorização das propriedades da multiplicação, nomeadamente pela sua aplicação no cálculo mental com apoio em registos escritos

$$\begin{aligned} \text{[Exemplo: } & -\left(-\frac{5}{2}\right) \times 3 + \frac{4}{7} \times \left(-\frac{5}{8}\right) = (-3) \times \left(-\frac{5}{2}\right) + \frac{1}{7} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \\ & = \left(-3 + \frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{20}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{50}{7}\text{].} \end{aligned}$$

Raiz quadrada

Conhecer os quadrados perfeitos até 144 e relacioná-los com a respetiva representação pictórica.

Estimar e enquadrar raízes quadradas, com recurso à tecnologia.

Calcular raízes quadradas de quadrados perfeitos e valores aproximados de outras raízes quadradas, com recurso à tecnologia.

Solicitar a resolução de problemas envolvendo o conceito de raiz quadrada de quadrados perfeitos [Exemplo A: Qual é a medida do lado de um quadrado com 81cm² de área? Exemplo B: Sabendo que a área de um retângulo é 50cm² e que pode ser dividido em dois quadrados, quais são as medidas dos comprimentos dos seus lados?].

Estimar raízes quadradas a partir da comparação dos radicandos e sua comparação com números racionais positivos a partir do enquadramento ou estimativa das raízes quadradas com recurso à calculadora, promovendo a perseverança na atividade matemática [Exemplo: Estimar o valor de $\sqrt{70}$. Incentivar a justificação que como $8^2 = 64$ e $9^2 = 81$, então $8 < \sqrt{70} < 9$].

Mobilizar o conhecimento dos alunos, sobre o efeito que o aumento da medida do lado do quadrado produz na medida da sua área, para a comparação e ordenação de raízes quadradas de números racionais positivos.

Raiz cúbica	<p>Conhecer os cubos perfeitos até 125.</p> <p>Resolver problemas que envolvam o cálculo de raízes cúbicas de cubos perfeitos e valores aproximados de outras raízes cúbicas, com recurso à tecnologia.</p>	<p>Solicitar a resolução de problemas envolvendo o conceito de raiz cúbica [Exemplo A: Qual é a medida da aresta de um cubo com 64cm^3 de volume? Exemplo B: Sabendo que uma esfera tem 80cm^3 de volume, qual é o valor aproximado da medida do raio?].</p>	
Notação científica	<p>Analisar situações da vida real que envolvam números muito próximos de zero, reconhecendo as vantagens da escrita em notação científica.</p> <p>Representar e comparar números racionais positivos em notação científica (com potência de base 10 e expoente inteiro).</p> <p>Operar com números em notação científica em casos simples (percentagens, dobro, triplo, metade).</p>	<p>Propor a recolha individual de notícias que envolvam números muito próximos de zero e que permitam o cálculo envolvendo percentagens e sua análise a pares, na aula, para introduzir a notação científica no caso em que o expoente é um inteiro negativo.</p> <p>Solicitar cálculos que envolvam números escritos em notação científica, em casos simples [Exemplos: Qual é a metade de 1×10^{-5}?; A maioria das bactérias tem uma dimensão de 1×10^{-3} milímetro e os vírus chegam a ter no máximo um centésimo dessa medida. Qual é a dimensão máxima de um vírus?].</p>	

Resolução de equações do 1.º grau a uma incógnita

Reconhecer equações do 1.º grau a uma incógnita com denominadores e parênteses.

Resolver equações do 1.º grau a uma incógnita com denominadores e parênteses.

Representar, por meio de uma equação, situações em contextos matemáticos e não matemáticos, e vice-versa.

Analisar, comparar e ajuizar a adequação de resoluções realizadas por si e por outros.

Conduzir os alunos na ampliação dos princípios de equivalência da resolução de equações [Exemplo: $2x - 3 + x = 5 - x$

é equivalente a $2x - 3 + x + x = 5$ e esta equação, por sua vez, é equivalente a $4x - 3 = 5$;

$$\frac{3+x}{2} = 5 + x \Leftrightarrow 3 + x = 2(5 + x) \Leftrightarrow 3 + x = 10 + 2x].$$

Solicitar a representação, por meio de equações, de situações em diversos contextos, e vice-versa, promovendo a criatividade e o sentido crítico dos alunos.

Dar aos alunos, agrupados em pares, resoluções de equações com erros mais comuns e pedir que concluam, justificando, se estão corretas, proporcionando-lhes *feedback* de modo a favorecer a sua autorregulação.

Equações literais

Reconhecer fórmulas de outras áreas científicas e do contexto da Matemática, como equações literais, estabelecendo conexões com outras áreas do saber.

Resolver equações do 1.º grau, com duas incógnitas, em ordem a uma delas.

Promover a identificação de fórmulas ou de equações literais estudadas em Físico-Química, possivelmente em trabalho coordenado com o docente dessa disciplina [Exemplos: A propósito da velocidade do som $v=d/t$ e da massa volúmica $\rho=m/v$].

Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas

Reconhecer sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas.

Averiguar, algébrica ou geometricamente, se um determinado par ordenado é solução de um dado sistema de equações.

Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas, recorrendo a diferentes representações, relacionando a resolução algébrica e a geométrica.

Resolver problemas que envolvam sistemas de equações, em diversos contextos, descrevendo as estratégias de resolução

Propor a recolha individual de desafios que frequentemente se encontram em redes sociais e a sua tradução por sistemas de equações, promovendo a iniciativa e autonomia dos alunos.

Propor aos alunos que averiguem algébricamente se entre pares ordenados de números apresentados existem soluções de um dado sistema de equações.

Promover o uso, a pares, de tecnologia (AGD, calculadora gráfica, *applets*) para a resolução gráfica de sistemas de equações, e estabelecer relações com a resolução algébrica, promovendo a compreensão do significado de sistema de duas equações.

Propor situações que levem a estabelecer, a pares ou em grupo, relações entre os declives das retas não verticais definidas pelas

	<p>seguidas e fundamentando a sua adequação. Descrever e explicitar a adequação das estratégias de resolução de problemas que envolvem sistemas de equações.</p>	<p>equações de um sistema dado e o número de soluções desse sistema, incluindo a relevância da ordenada na origem no caso em que os declives são iguais. Incentivar a apresentação e orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes estratégias de resolução de problemas, de modo a concluir a eficácia e vantagens das diferentes estratégias e representações, desenvolvendo o sentido crítico.</p>	
<p>Funções</p>			<p>A, B, C, D, E, I</p>
<p>Funções afins</p>	<p>Reconhecer função afim como uma função do tipo $f(x) = ax + b$ e função linear como um caso particular de função afim. Representar uma função afim usando representações múltiplas (gráfico, expressão algébrica e tabela) e estabelecendo conexões entre as mesmas. Reconhecer o efeito da variação de cada parâmetro numa função afim. Interpretar e modelar situações da realidade com função afim e fazer previsões. Identificar uma função de proporcionalidade direta com uma função linear. Ouvir os outros, discutir, e contrapor argumentos, de forma fundamentada, sobre se as funções afins são funções de proporcionalidade direta. Modelar situações da realidade através de funções afins.</p>	<p>Partindo de uma situação concreta, apoiar os alunos na identificação da função que a representa, usando diversas representações e relacionando-as [Exemplo: “O João vai com os seus pais visitar uma prima que vive em Londres. Decidiu verificar a taxa de câmbio de euros para libras. Pesquisa a taxa em vigor e ajuda o João a converter diferentes valores de euros para libras. Representa as diferentes conversões na forma de tabela, gráfico e expressão algébrica”. Explorar a situação considerando ou não a cobrança de uma comissão fixa por transação]. Propor a modelação de fenómenos pela determinação de modelos lineares adequados, a partir de recolha de dados, realizada em grupo, evidenciando a relevância da Matemática para a compreensão de situações da realidade [Exemplo: Propor o estudo da variação da altura de uma vela em função do tempo, durante a sua combustão. Este estudo pode ser realizado em grupo com velas de aniversário iguais ou com alturas e densidades diferentes (uma por grupo). Neste segundo caso, incentivar a análise e comparação dos resultados obtidos e concluir sobre o modo como a altura da vela ou a sua densidade se reflete no respetivo modelo linear]. Confrontar os alunos com diferentes situações da realidade, levando-os a verificar que existem outras cuja modelação não se faz por uma função afim [Exemplo: Regista a temperatura de uma bebida quente, deixada a arrefecer, ao longo do tempo. Representa os dados obtidos num gráfico e discute se podem ser aproximados por uma função afim].</p>	

		<p>Estabelecer relações entre a representação algébrica e geométrica de uma função afim, nomeadamente a identificação do declive da reta e da ordenada na origem nas duas representações.</p> <p>Promover a representação gráfica de funções, a pares, com recurso a ambientes de geometria dinâmica (AGD [Exemplo: <i>GeoGebra</i>]) e investigar os efeitos da variação de parâmetros, desenvolvendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Propor a análise, a pares, com conseqüente discussão com toda a turma, de situações que permitam aos alunos constatar e explicar a ausência de proporcionalidade direta em variações afins [Exemplo: Custos relacionados com uma compra online que inclua o custo na loja física acrescido de uma taxa fixa de entrega ao domicílio].</p>	
--	--	---	--

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p>DADOS</p> <p>Questões estatísticas, recolha e organização de dados</p> <p>Questões estatísticas</p> <p>Fonte e métodos de recolha de dados</p>	<p>Formular questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas.</p> <p>Definir quais os dados a recolher, seleccionar a fonte e o método de recolha dos dados, e proceder à sua recolha e limpeza.</p>	<p>Suscitar questionamentos concretos por parte dos alunos que façam emergir questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas, discutindo a adequabilidade das questões a estudar.</p> <p>Valorizar questões sobre assuntos relacionados com temas familiares aos alunos ou que possam ser integrados com domínios do currículo do 8.º ano. No caso de se optar por um estudo que envolva outra(s) disciplina(s) do plano de estudos dos alunos, poder-se-á considerar um trabalho de projeto.</p> <p>Favorecer que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões que se complementem na produção de conclusões sobre o assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos.</p> <p>Discutir, com toda a turma, a formulação das questões com o objetivo de antecipar dificuldades de tratamento dos dados a recolher decorrentes de um grau de precisão pouco adequado, desenvolvendo o espírito crítico dos alunos [Exemplo: Analisar os tempos da final da prova de atletismo de 100 metros dos Jogos Olímpicos com o objetivo de verificar que apenas o arredondamento usado, ou outro mais preciso, permite a diferenciação dos dados].</p> <p>Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obter os dados.</p>	<p>A, B, C, D, E, F</p>

<p>Organização de dados (Tabela de frequências com dados discretos agrupados em classes e não agrupados em classes)</p>	<p>Recolher dados através de um método de recolha, nomeadamente recorrendo a sítios credíveis na internet.</p> <p>Agrupar dados discretos em classes caso tal seja necessário para os organizar e visualizar.</p> <p>Usar tabelas de frequências para organizar os dados (incluindo legenda na tabela).</p>	<p>Avaliar eventuais consequências de optar por métodos públicos ou privados na obtenção dados, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Valorizar propostas idiossincráticas imaginadas por alunos para a recolha de dados, e discutir com toda a turma a sua adequação e eficácia, valorizando o espírito de iniciativa e autonomia.</p> <p>Solicitar a recolha de dados com recurso umas vezes a fontes primárias e outras a fontes secundárias [Exemplos: Pordata, INE, ALEA].</p> <p>Observar o conjunto de dados recolhidos e ordenados e verificar se existem dados inesperados que possam ser gralhas, criando a necessidade da sua limpeza.</p> <p>Conduzir os alunos no sentido de escolherem o modo mais adequado de organizar os dados, por forma a terem uma leitura fácil, incentivando o sentido crítico dos alunos e a tomada de decisões fundamentadas por argumentos próprios.</p> <p>Promover a elaboração de tabelas de frequências relativas a dados discretos agrupados em classes e compará-las com as tabelas construídas anteriormente relativas a dados discretos não agrupados.</p>	<p>A, B, C, D, E, F, I</p>
<p>Representações gráficas</p> <p>Diagrama de extremos e quartis</p>	<p>Representar dados através de um diagrama de extremos e quartis, incluindo fonte, título e legenda.</p> <p>Interpretar a influência da alteração de dados na configuração do diagrama de extremos e quartis correspondente.</p>	<p>Sensibilizar os alunos para a simplicidade da representação dos dados através do diagrama de extremos e quartis por requerer apenas a identificação de 5 números.</p> <p>Propor a exploração visual de um diagrama de extremos e quartis pela alteração de um dado, usando tecnologia [Exemplos: AGD ou folha de cálculo], a pares ou em grupo, e promover a interpretação da influência dessa alteração.</p>	

Análise crítica de gráficos

Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar para representar conjuntos de dados, incluindo fonte, título, legenda e escalas e justificar a(s) escolha(s) feita(s).

Analisar e comparar diferentes representações gráficas provenientes de fontes secundárias, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia estatística.

Propor a cada grupo de alunos que apresente uma representação gráfica, apropriada à natureza das variáveis, à informação contida nos dados e ao que se pretende transmitir, com o objetivo de a turma distinguir várias representações gráficas, incluindo as trabalhadas anteriormente, e as suas especificidades, incentivando o sentido crítico dos alunos.

Promover a seleção da(s) representação(ões) gráficas a usar no estudo estatístico.

Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão com toda a turma, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.

Propor a análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e incentivar a sua identificação e os efeitos obtidos, promovendo o sentido crítico dos alunos [Exemplo:

Crescimento Económico do 1.º trimestre de 2016



Fonte: Telejornal RTP].

Explorar, caso surjam, outras representações gráficas inovadoras que melhor consigam “contar”, de forma honesta, a história por detrás dos dados, incluindo sempre a fonte, o título e a legenda, valorizando a criatividade dos alunos e o seu espírito de iniciativa e autonomia.

Análise de dados**Resumo dos dados (Quartis, Amplitude interquartil)**

Relacionar o 2.º quartil com a mediana.

Interpretar o significado dos quartis e calcular o seu valor por diferentes estratégias.

Compreender o significado de amplitude interquartil.

Reconhecer que a amplitude interquartil é uma medida de dispersão dos dados e calculá-la.

Identificar qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriada(s) para resumir os dados em função não só da sua natureza, mas também de qual a diferença entre estas quando obtidas através de dados não agrupados e dados agrupados. Compreender a vantagem do uso da amplitude interquartil em vez da amplitude para caracterizar a dispersão dos dados.

Interpretação e conclusão

Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.

Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.

Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.

Conduzir os alunos a reconhecer que os quartis localizam pontos importantes de uma distribuição para além do centro da distribuição dos dados.

Explicitar a opção de considerar, no cálculo dos quartis, a mediana nas duas partes, quando o número de dados for ímpar. Discutir a relevância desta opção para o caso de um número elevado de dados.

Incentivar a exploração das propriedades das medidas de localização (moda, média e mediana) e de dispersão (amplitude e amplitude interquartil), em particular sobre a maior ou menor resistência de cada uma destas medidas a valores muito grandes ou muito pequenos.

Discutir o significado da amplitude interquartil, identificando que o valor zero para esta medida não equivale à inexistência de dispersão.

Explorar a situação de os dados se apresentarem agrupados para obter, através da tabela de frequências relativas acumuladas, a mediana e os quartis.

Confrontar diversos diagramas de extremos e quartis com as respetivas amplitudes interquartil e retirar conclusões. Gerir a discussão com toda a turma e incentivar a forma de comunicação dos alunos, incentivando progressivamente a construção da autoconfiança dos alunos.

Explorar as potencialidades do diagrama de extremos e quartis, que permite visualizar aspetos relevantes da distribuição dos dados [Exemplo: incentivar a construção de diagramas de extremos e quartis, em grupo, a partir de dados recolhidos na turma, para identificar aspetos como a simetria, localização do centro e a dispersão].

A, C, D, E, F

Comunicação e divulgação do estudo

Público-alvo e recursos para a divulgação do estudo

Decidir a quem divulgar o estudo realizado e elaborar diferentes recursos de comunicação de modo a divulgá-lo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora.

Divulgar o estudo, contando a história que está por detrás dos dados e levantando questões emergentes para estudos futuros.

Estabelecer nos alunos a ideia de que uma análise de dados nunca está completa se tudo o que foi realizado anteriormente não for interpretado e discutido.

Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.

Apoiar e acompanhar o desenvolvimento, em grupo, do estudo estatístico, nomeadamente a sua divulgação, reservando momentos de trabalho na sala de aula para este fim.

Promover a discussão com toda a turma sobre a quem divulgar as conclusões e novas questões que emergem do estudo, incentivando a curiosidade.

Dar autonomia aos alunos para escolherem o modo de comunicação/divulgação dos seus resultados apoiando-os na preparação dessa comunicação que incluirá a realização de um documento de apoio [Exemplos: Escrita de um relatório, elaboração de um poster, criação de um infográfico]. Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada.

Promover a discussão coletiva sobre os elementos indispensáveis a considerar na comunicação, ouvindo as ideias dos alunos e valorizando o espírito de síntese e o rigor para uma boa comunicação.

Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, a acontecer na sala de aula ou em outros espaços da escola/agrupamento, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática e promovendo a capacidade de trabalhar em equipa.

A, B, E, F, H, I

Análise crítica da comunicação	Analisar criticamente a comunicação de estudos estatísticos realizados nos media, desenvolvendo a literacia estatística.	Propor a análise, em grupo, de notícias relativas a estudos estatísticos acessíveis que surjam nos media, incentivando a autonomia dos alunos, e suscitar a discussão da história que contam, a identificação de elementos omissos, o levantamento do que deixam por contar.	D, E F, I
Probabilidades			
Experiência aleatória	Reconhecer as características de uma experiência aleatória.	Identificar os elementos que caracterizam uma experiência, a partir de ideias que os alunos trazem sobre o entendimento que dão a uma experiência aleatória, promovendo a sua compreensão.	
Espaço de resultados ou espaço amostral	Reconhecer o conjunto dos resultados possíveis, quando se realiza uma experiência aleatória, como o espaço de resultados ou espaço amostral.	Propor a análise de uma experiência aleatória que conduza à identificação de todos os resultados possíveis, identificando o acontecimento impossível, o acontecimento certo, acontecimentos elementares e acontecimentos compostos, desenvolvendo o sentido crítico [Exemplos: Extrair uma bola de um saco que contém três bolas numeradas de 1 a 3 ou lançamento de um dado tetraédrico].	
Acontecimentos	<p>Reconhecer e dar exemplos de acontecimentos certo e impossível.</p> <p>Designar os elementos de um acontecimento como “resultados favoráveis” à realização desse acontecimento.</p> <p>Interpretar acontecimentos como conjuntos, utilizando a terminologia correta.</p> <p>Identificar acontecimentos associados a uma experiência aleatória como subconjuntos do espaço amostral.</p>	<p>Explorar ideias que os alunos trazem sobre acontecimentos certo e impossível.</p> <p>Promover a identificação de experiências aleatórias em que existam vários resultados favoráveis a um mesmo acontecimento [Exemplo: Num lançamento de um dado cúbico com faces com um número de pintas de 1 a 6, identificar que a ocorrência das faces com 2, 4, e 6 pintas são resultados favoráveis ao acontecimento “sair face par”].</p> <p>Propor a identificação individual do tipo de acontecimento num conjunto de situações apresentadas [Exemplo: Num lançamento de um dado cúbico com faces com um número de pintas de 1 a 6: “Sair uma face com 7 pintas”; “Sair uma face com um número de pintas inferior a 7”; “Sair uma face com um número de pintas igual 1” e “Sair uma face com mais do que uma pinta”].</p>	

Tabelas de probabilidade

Identificar resultados possíveis como acontecimentos elementares e compreender que a soma das suas probabilidades é 1.

Construir tabelas de probabilidade associadas a experiências aleatórias, com conjuntos de resultados possíveis finitos.

Probabilidade frequencista

Estimar a probabilidade de acontecimentos utilizando a frequência relativa.

Estimar a probabilidade de acontecimentos (teórica).

Orientar a construção da tabela de probabilidades associadas a uma experiência aleatória [Exemplo: Se tiver uma caixa com 5 papelinhos, aparentemente iguais, mas 3 com nomes de rapazes e 2 com nomes de raparigas, quais os resultados possíveis e respetivas probabilidades, associados com a experiência que consiste em:

- a) selecionar um papelinho e ver se é rapaz ou rapariga;
- b) selecionar dois papelinhos e ver quantos nomes de rapaz aparecem.

Para responder à questão b), propor a utilização de tabelas de dupla entrada].

Recorrer a ambientes de programação visual ou a folha de cálculo para, por simulação, ilustrar que, quando se repete uma experiência (nas mesmas condições) um número suficientemente grande de vezes, a frequência relativa de um acontecimento ocorrer tende a estabilizar à volta da verdadeira probabilidade desse acontecimento ocorrer, desenvolvendo o pensamento computacional.

Em situações em que não seja possível admitir a simetria, levar os alunos, a pares ou em grupo, a utilizar a frequência relativa para atribuir probabilidades a acontecimentos, recorrendo a diversos processos, como seja o recurso a uma base de dados e construindo a tabela de probabilidade [Exemplo: Se se pretende saber qual a probabilidade do tipo de sangue de uma pessoa selecionada ao acaso na população portuguesa podemos ter em consideração que a distribuição dos grupos sanguíneos na população portuguesa se faz de acordo com a seguinte tabela de probabilidade

Tipo sangue	O	A	B	AB
Probabilidade	42%	47%	8%	3%

Fonte: INE].

Operações com figuras	<p>Compreender o significado de vetor. Adicionar vetores.</p> <p>Construir a imagem de uma figura por translação e por reflexão deslizante.</p> <p>Relacionar a composição de translações com a adição de vetores.</p> <p>Construir frisos simples.</p> <p>Identificar simetrias, incluindo as simetrias de translação e de reflexão deslizante.</p> <p>Interpretar e modelar situações do mundo real que envolvam simetria.</p>	com recurso à medida do perímetro.	D, E, I
Vetores e adição de vetores		Incentivar a análise de objetos decorativos para identificar simetrias de translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante [Exemplos: Análise de frisos de azulejos em várias culturas; visita a museus ou fábricas que tenham azulejos].	
Translação associada a um vetor		Solicitar a construção de frisos diferentes a partir do mesmo motivo com recurso a AGD, <i>applets</i> ou software específico (GECLA), estimulando a criatividade dos alunos.	
Reflexão deslizante		Estabelecer conexões que envolvam frisos ou padrões, evidenciando a relevância da Matemática na criação e construção do mundo que nos rodeia [Exemplo: Em parceria com a disciplina de Educação Visual desenvolver um trabalho de projeto].	
Simetria de uma figura			
Figuras no espaço	<p>Construir a planificação de um cilindro dado e vice-versa.</p> <p>Construir a planificação de um cone dado e vice-versa.</p>	<p>Sugerir a construção da planificação de um cilindro dado, de modo a estabelecer a relação entre as medidas das figuras obtidas [Exemplo: Propor a construção de cilindros (sem bases) por enrolamento de uma folha de papel A₄ e incentivar a verificação de que o mesmo retângulo pertence às planificações de dois cilindros diferentes].</p> <p>Disponibilizar a cada aluno uma planificação de um cone e sugerir o recorte e a sua montagem. As planificações fornecidas pelo professor podem ter dimensões diferentes com o objetivo de analisar o impacto da diferença nos cones obtidos. Devem também ser fornecidas figuras compostas por setores circulares e círculos que não correspondam a planificações de cones. Solicitar o</p>	B, C, E, F, I
Planificação do cilindro e do cone			

<p>Área da superfície de prismas retos, pirâmides regulares, cilindros, cones</p> <p>Volume de prismas retos, pirâmides regulares, cones e esferas</p>	<p>Resolver problemas de área da superfície, por composição ou decomposição.</p> <p>Resolver problemas de volume de sólidos, por composição ou decomposição.</p>	<p>estabelecimento da relação entre a medida do comprimento do arco e a do perímetro do círculo.</p> <p>Fomentar o uso de materiais manipuláveis ou de AGD para resolver problemas que envolvam áreas de superfície e volumes de sólidos, individualmente, a pares, ou em grupo [Exemplo: Comparar os volumes de dois cilindros obtidos a partir do enrolamento de uma folha A₄, um pelo comprimento da folha e outro pela sua altura].</p> <p>Evidenciar a analogia entre a expressão do volume da pirâmide e a expressão do volume do cone.</p>	
--	--	--	--