



Ministério da Educação

Direção-Geral da Educação

Cursos Científico-Humanísticos  
de Ciências e Tecnologias e Ciências Socioeconómicas na  
Modalidade de Ensino Recorrente

Organização modular do *Programa e Metas Curriculares de Matemática A*

Ensino Secundário

Componente de Formação Específica

10.º, 11.º e 12.º Anos



Os programas das disciplinas que compõem os planos curriculares dos Cursos Científico-Humanísticos do Ensino Secundário na modalidade de ensino recorrente são os mesmos, em termos de conteúdos, que os das disciplinas homónimas dos Cursos Científico-Humanísticos do ensino geral. Nesta conformidade, importa esclarecer em que moldes o *Programa e Metas Curriculares de Matemática A* deve ser organizado em regime modular para esta modalidade de ensino. A adaptação do *Programa* ao mencionado regime tem por base a organização do *Programa e Metas Curriculares de Matemática A* em nove módulos, correspondendo a três módulos por cada ano de escolaridade do Ensino Secundário.

A metodologia presente na Modularização do Programa consistiu em ajustar os Domínios, constantes no *Programa e Metas Curriculares de Matemática A*, para cada um dos três anos de escolaridade do Ensino Secundário. Deste modo, garante-se maior equidade para que qualquer aluno possa optar quer por uma reorientação do percurso formativo quer por uma permeabilidade entre cursos com afinidade de planos de estudos e/ou por um regime de equivalências entre disciplinas, com vista a possibilitar-lhe o prosseguimento de estudos noutra curso.

As propostas de gestão curricular constantes do documento *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A* só são aplicáveis à Organização modular do *Programa e Metas Curriculares de Matemática A* aquelas que não impliquem transição de domínios/subdomínios/conteúdos, relativamente à presente modularização.

Tal como consta na matriz curricular, a unidade letiva considerada nesta modularização é de 45 minutos. Cada módulo deve corresponder a um período letivo, havendo lugar às necessárias adaptações da programação às aulas disponíveis, conforme a duração do mesmo.

Numa primeira tabela apresenta-se uma visão geral da *Organização modular do Programa e Metas Curriculares de Matemática A* com a indicação, para cada módulo, do Domínio ou subdomínio que é parte integrante do mesmo. Seguidamente, é apresentada uma tabela, para cada módulo, contendo, para além dos Domínios, os conteúdos associados de acordo com o *Programa e Metas curriculares de Matemática A*.

10.º ANO	11.º ANO	12.º ANO
<p><b>MÓDULO 1</b></p> <p><b>LTC10</b> • Lógica e Teoria de Conjuntos</p> <p><b>ALG10</b> • Álgebra</p> <p><b>EST10</b> • Estatística</p>	<p><b>MÓDULO 4</b></p> <p><b>SUC11</b> • Sucessões</p> <p><b>FRVR11</b> • Limites segundo Heine de funções reais de variável real</p>	<p><b>MÓDULO 7</b></p> <p><b>FRVR12</b> • Funções Reais de Variável Real</p> <p><b>FEL12</b> • Funções Exponencial e Logarítmica</p>
<p><b>MÓDULO 2</b></p> <p><b>GA10</b> • Geometria Analítica</p>	<p><b>MÓDULO 5</b></p> <p><b>FRVR11</b> • Funções Reais de variável Real</p> <p><b>TRI11</b> • Extensão da Trigonometria a ângulos retos e obtusos e Resolução de triângulos</p>	<p><b>MÓDULO 8</b></p> <p><b>TRI12</b> • Funções Trigonométricas</p> <p><b>PCI12</b> • Primitivas e Cálculo Integral</p> <p><b>NC12</b> • Números Complexos</p>
<p><b>MÓDULO 3</b></p> <p><b>FRVR10</b> • Funções Reais de variável Real</p>	<p><b>MÓDULO 6</b></p> <p><b>TRI11</b> • Trigonometria e Funções Trigonométricas</p> <p><b>GA 11</b> • Geometria Analítica</p>	<p><b>MÓDULO 9</b></p> <p><b>EST11</b> • Estatística</p> <p><b>CC12</b> • Cálculo Combinatório</p> <p><b>PRB12</b> • Probabilidades</p>

<b>Módulo 1</b>		<b>10.º Ano</b>
<b>Domínio</b>	<b>Conteúdos</b>	
Lógica e Teoria de Conjuntos (LTC10)	<p><b>Proposições</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Valor lógico de uma proposição; Princípio de não contradição;</li> <li>• Operações sobre proposições: negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência;</li> <li>• Prioridades das operações lógicas;</li> <li>• Relações lógicas entre as diferentes operações; propriedade da dupla negação; Princípio do terceiro excluído; Princípio da dupla implicação;</li> <li>• Propriedades comutativa e associativa, da disjunção e da conjunção e propriedades distributivas da conjunção em relação à disjunção e da disjunção em relação à conjunção;</li> <li>• Leis de De Morgan;</li> <li>• Implicação contrarrecíproca;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo operações lógicas sobre proposições.</li> </ul>	
Álgebra (ALG10)	<p><b>Radicais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotonia da potenciação; raízes de índice <math>n \in \mathbb{N}, n \geq 2</math>;</li> <li>• Propriedades algébricas dos radicais: produto e quociente de raízes com o mesmo índice, potências de raízes e composição de raízes;</li> <li>• Racionalização de denominadores;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo operações com radicais.</li> </ul> <p><b>Potências de expoente racional</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definição e propriedades algébricas das potências de base positiva e expoente racional: produto e quociente de potências com a mesma base, produto e quociente de potências com o mesmo expoente e potência de potência;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo operações com potências.</li> </ul>	
Lógica e Teoria de Conjuntos (LTC10)	<p><b>Condições e Conjuntos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expressão proposicional ou condição; quantificador universal, quantificador existencial e segundas Leis de De Morgan; contraexemplos;</li> <li>• Conjunto definido por uma condição; Igualdade entre conjuntos; conjuntos definidos em extensão;</li> <li>• União (ou reunião), interseção e diferença de conjuntos e conjunto complementar;</li> <li>• Inclusão de conjuntos;</li> <li>• Relação entre operações lógicas sobre condições e operações sobre os conjuntos que definem;</li> <li>• Princípio de dupla inclusão e demonstração de equivalências por dupla</li> </ul>	

<p>Álgebra (ALG10)</p>	<p>implicação;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Negação de uma implicação universal; demonstração por contrarrecíproco;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo operações sobre condições e sobre conjuntos.</li> </ul> <p><b>Polinómios</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Divisão euclidiana de polinómios e regra de Ruffini;</li> <li>• Divisibilidade de polinómios; Teorema do resto;</li> <li>• Multiplicidade da raiz de um polinómio e respetivas propriedades;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a divisão euclidiana de polinómios, o Teorema do resto e a fatorização de polinómios;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação do sinal e dos zeros de polinómios.</li> </ul>
<p>Estatística (EST10)</p>	<p><b>Estatística - Características amostrais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sinal de somatório; tradução no formalismo dos somatórios das propriedades associativa e comutativa generalizadas da adição e distributiva generalizada da multiplicação em relação à adição;</li> <li>• Variável estatística quantitativa como função numérica definida numa população e amostra de uma variável estatística;</li> <li>• Média de uma amostra; propriedades da média de uma amostra;</li> <li>• Variância e desvio-padrão de uma amostra; propriedades da variância e do desvio-padrão de uma amostra;</li> <li>• Percentil de ordem <math>k</math>; propriedades do percentil de ordem <math>k</math>;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a média e o desvio-padrão de uma amostra;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo os percentis de uma amostra.</li> </ul>

Módulo 2		10.º Ano
Domínio	Conteúdos	
Geometria Analítica (GA10)	<p><b>Geometria analítica no plano</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Referenciais ortonormados;</li> <li>• Fórmula da medida da distância entre dois pontos no plano em função das respetivas coordenadas;</li> <li>• Coordenadas do ponto médio de um dado segmento de reta;</li> <li>• Equação cartesiana da mediatriz de um segmento de reta;</li> <li>• Equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos;</li> <li>• Equação cartesiana reduzida da circunferência;</li> <li>• Definição de elipse e respetiva equação cartesiana reduzida; relação entre eixo maior, eixo menor e distância focal;</li> <li>• Inequações cartesianas de semiplanos;</li> <li>• Inequações cartesianas de círculos;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do plano;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano.</li> </ul> <p><b>Cálculo vetorial no plano</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Norma de um vetor;</li> <li>• Multiplicação por um escalar de um vetor; relação com a colinearidade e o vetor simétrico;</li> <li>• Diferença entre vetores;</li> <li>• Propriedades algébricas das operações com vetores;</li> <li>• Coordenadas de um vetor;</li> <li>• Vetor-posição de um ponto e respetivas coordenadas;</li> <li>• Coordenadas da soma e da diferença de vetores; coordenadas do produto de um vetor por um escalar e do simétrico de um vetor; relação entre as coordenadas de vetores colineares;</li> <li>• Vetor diferença de dois pontos; cálculo das respetivas coordenadas; coordenadas do ponto soma de um ponto com um vetor;</li> <li>• Cálculo da norma de um vetor em função das respetivas coordenadas;</li> <li>• Vetor diretor de uma reta; relação entre as respetivas coordenadas e o declive da reta;</li> <li>• Paralelismo de retas e igualdade do declive;</li> <li>• Equação vetorial de uma reta;</li> <li>• Sistema de equações paramétricas de uma reta;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação de coordenadas de</li> </ul>	

vetores no plano, a colinearidade de vetores e o paralelismo de retas do plano.

### **Geometria analítica no espaço**

- Referenciais cartesianos ortonormados do espaço;
- Equações de planos paralelos aos planos coordenados;
- Equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos;
- Distância entre dois pontos no espaço;
- Equação do plano mediador de um segmento de reta;
- Equação cartesiana reduzida da superfície esférica;
- Inequação cartesiana reduzida da esfera;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de distância entre pontos do espaço;
- Resolução de problemas envolvendo equações e inequações cartesianas de subconjuntos do espaço.

### **Cálculo vetorial no espaço**

- Generalização ao espaço dos conceitos e propriedades básicas do cálculo vetorial;
- Equação vetorial da reta no espaço;
- Resolução de problemas envolvendo cálculo vetorial no espaço.

<b>Módulo 3</b>		<b>10.º Ano</b>
<b>Domínio</b>	<b>Conteúdos</b>	
<b>Funções Reais de Variável Real (FRVR10)</b>	<p><b>Generalidades acerca de funções</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produtos cartesianos de conjuntos;</li> <li>• Gráficos de funções;</li> <li>• Restrições de uma função;</li> <li>• Imagem de um conjunto por uma função;</li> <li>• Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas;</li> <li>• Composição de funções;</li> <li>• Função inversa de uma função bijetiva.</li> </ul> <p><b>Generalidades acerca de funções reais de variável real</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funções reais de variável real; funções definidas por expressões analíticas;</li> <li>• Propriedades geométricas dos gráficos de funções;</li> <li>• Paridade; simetrias dos gráficos das funções pares e das funções ímpares;</li> <li>• Relação geométrica entre o gráfico de uma função e o da respetiva inversa;</li> <li>• Relação entre o gráfico de uma função <math>f</math> e os gráficos das funções definidas por <math>af(x)</math>, <math>f(bx)</math>, <math>f(x+c)</math>, <math>f(x)+d</math>, com <math>a, b, c, d</math> números reais, <math>a</math> e <math>b</math> não nulos.</li> </ul> <p><b>Monotonia, extremos e concavidade</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Intervalos de monotonia de uma função real de variável real; caso das funções afins e caso das funções quadráticas;</li> <li>• Vizinhança de um ponto da reta numérica; extremos relativos e absolutos;</li> <li>• Sentido da concavidade do gráfico de uma função real de variável real.</li> </ul> <p><b>Estudo elementar das funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica e módulo e de funções definidas por ramos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Extremos, sentido das concavidades, raízes e representação gráfica de funções quadráticas;</li> <li>• Funções definidas por ramos;</li> <li>• Estudo da função <math>x \rightarrow a x-b +c</math>, <math>a \neq 0</math>;</li> <li>• As funções <math>x \rightarrow \sqrt{x}</math> e <math>x \rightarrow \sqrt[3]{x}</math> enquanto funções inversas;</li> <li>• Domínio e representação gráfica das funções definidas analiticamente por <math>f(x) = a\sqrt{x-b}+c</math>, <math>a \neq 0</math> e <math>f(x) = a\sqrt[3]{x-b}+c</math>, <math>a \neq 0</math>;</li> <li>• Estudo de funções definidas por ramos envolvendo funções polinomiais, módulos e radicais.</li> <li>• Equações e inequações envolvendo funções polinomiais, raiz quadrada e raiz cúbica, e a composição da função módulo com funções afins e com funções quadráticas;</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de problemas envolvendo as propriedades geométricas dos gráficos de funções reais de variável real;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo as funções afins, quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica, módulo, funções definidas por ramos e a modelação.</li></ul>
--	---

<b>Módulo 4</b>		<b>11.º Ano</b>
<b>Domínio</b>	<b>Conteúdos</b>	
<b>Sucessões (SUC11)</b>	<p><b>Conjunto dos majorantes e conjunto dos minorantes de uma parte não vazia de <math>\mathbb{R}</math></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjuntos minorados, majorados e limitados;</li> <li>• Máximo e mínimo de um conjunto.</li> </ul> <p><b>Generalidades acerca de sucessões</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sucessões numéricas; sucessões monótonas, majoradas, minoradas e limitadas;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o estudo da monotonia e a determinação de majorantes e minorantes de sucessões.</li> </ul> <p><b>Princípio de indução matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Princípio de indução matemática;</li> <li>• Definição de uma sucessão por recorrência;</li> <li>• Demonstração de propriedades utilizando o princípio de indução matemática.</li> </ul> <p><b>Progressões aritméticas e geométricas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Progressões aritméticas e geométricas; termos gerais e somas de <math>N</math> termos consecutivos;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo progressões aritméticas e geométricas.</li> </ul> <p><b>Limites de sucessões</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Limite de uma sucessão (casos de convergência e de limites infinitos); unicidade do limite; caso de sucessões que diferem num número finito de termos;</li> <li>• Convergência e limitação;</li> <li>• Operações com limites e situações indeterminadas;</li> <li>• Levantamento algébrico de indeterminações;</li> <li>• Limites de polinómios e de frações racionais;</li> </ul>	

Funções Reais de  
variável Real (FRVR11)

- Limites  $\lim_n a^n$ ,  $\lim_n \sqrt[n]{a}$  ( $a > 0$ ) e  $\lim_n n^p$  ( $p \in \mathbb{Q}$ );
- Resolução de problemas envolvendo limites de sucessões.

### Limites segundo Heine de funções reais de variável real

- Pontos aderentes a um conjunto de números reais;
- Limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio;
- Limites laterais;
- Limites no infinito;
- Operações com limites e casos indeterminados; produto de uma função limitada por uma função de limite nulo;
- Limite de uma função composta;
- Levantamento algébrico de indeterminações;
- Resolução de problemas envolvendo o estudo dos zeros e do sinal de funções racionais dadas as por expressões da forma  $\frac{P(x)}{Q(x)}$ , onde P e Q são polinómios;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de limite de uma função.

<b>Módulo 5</b>		<b>11.º Ano</b>
<b>Domínio</b>	<b>Conteúdos</b>	
Funções Reais de Variável Real (FRVR11)	<p><b>Continuidade de funções</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Função contínua num ponto e num subconjunto do respetivo domínio;</li> <li>• Continuidade da soma, diferença, produto, quociente e composição de funções contínuas;</li> <li>• Continuidade das funções polinomiais, racionais, trigonométricas, raízes e potências de expoente racional.</li> </ul> <p><b>Assíntotas ao gráfico de uma função</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Assíntotas verticais e assíntotas oblíquas ao gráfico de uma função;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação das assíntotas e da representação gráfica de funções racionais definidas analiticamente por <math>f(x) = a + \frac{b}{x-c}</math> (<math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>);</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação de assíntotas ao gráfico de funções racionais e de funções definidas pelo radical de uma função racional.</li> </ul> <p><b>Derivadas de funções reais de variável real e aplicações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taxa média de variação de uma função; interpretação geométrica;</li> <li>• Derivada de uma função num ponto; interpretação geométrica;</li> <li>• Aplicação da noção de derivada à cinemática do ponto: funções posição, velocidade média e velocidade instantânea de um ponto material que se desloca numa reta; unidades de medida de velocidade;</li> <li>• Derivada da soma e da diferença de funções diferenciáveis;</li> <li>• Derivada do produto e do quociente de funções diferenciáveis;</li> <li>• Derivada da função composta;</li> <li>• Derivada da função definida por <math>f(x) = x^p</math>, <math>p</math> inteiro;</li> <li>• Sinal da derivada de funções monótonas; nulidade da derivada num extremo local de uma função;</li> <li>• Teorema de Lagrange; interpretação geométrica;</li> <li>• Monotonia das funções com derivada de sinal determinado num intervalo;</li> <li>• Cálculo e memorização da derivada das funções dadas pelas expressões <math>x, x^2, x^3, \frac{1}{x}</math> e <math>\sqrt{x}</math></li> <li>• Cálculo da derivada de funções dadas por <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math> (<math>x</math> não nulo se <math>n &gt; 1</math> ímpar, <math>x &gt; 0</math> se <math>n</math> par);</li> <li>• Cálculo da derivada de funções dadas por <math>f(x) = x^\alpha</math> (<math>\alpha</math> racional, <math>x &gt; 0</math>);</li> <li>• Cálculo e memorização de derivadas de funções utilizando as regras de derivação e as derivadas de funções de referência;</li> </ul>	

<p>Trigonometria e Funções Trigonométricas (TRI11)</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Equações de retas tangentes ao gráfico de uma dada função;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação de equações de retas tangentes ao gráfico de funções reais de variável real;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas e mudanças de unidades de velocidade;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo a aplicação do cálculo diferencial ao estudo de funções reais de variável real, a determinação dos respetivos intervalos de monotonia, extremos relativos e absolutos.</li></ul> <p><b>Extensão da Trigonometria a ângulos retos e obtusos e resolução de triângulos</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Extensão da definição das razões trigonométricas aos casos de ângulos retos e obtusos; Lei dos senos e Lei dos cossenos;</li><li>• Resolução de triângulos.</li></ul>
--	--



coordenadas;

- Relação entre o declive de retas do plano perpendiculares;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de produto escalar.

### **Equações de planos no espaço**

- Vetores normais a um plano;
- Relação entre a posição relativa de dois planos e os respetivos vetores normais;
- Paralelismo entre vetores e planos;
- Equações cartesianas, vetoriais e sistemas de equações paramétricas de planos;
- Resolução de problemas envolvendo a noção de produto escalar de vetores;
- Resolução de problemas relativos à determinação de equações de retas do plano em situações envolvendo a noção de perpendicularidade;
- Resolução de problemas envolvendo a determinação de equações de planos, em situações envolvendo a perpendicularidade;
- Resolução de problemas envolvendo equações de planos e de retas no espaço.

<b>Módulo 7</b>		<b>12.º Ano</b>
<b>Domínio</b>	<b>Conteúdos</b>	
Funções Reais de Variável Real (FRVR12)	<p><b>Limites e Continuidade</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Teoremas de comparação para sucessões e teorema das sucessões enquadadas;</li> <li>• Teoremas de comparação envolvendo desigualdades entre funções e os respetivos limites;</li> <li>• Teorema das funções enquadadas;</li> <li>• Utilização dos teoremas de comparação e do teorema das funções enquadadas para determinar limites de funções reais de variável real;</li> <li>• Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);</li> <li>• Teorema de Weierstrass;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo os teoremas de comparação para o cálculo de limites de sucessões e de funções e a continuidade de funções.</li> </ul> <p><b>Derivada de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Derivada de segunda ordem de uma função;</li> <li>• Sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e identificação de extremos locais;</li> <li>• Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis;</li> <li>• Interpretação cinemática da derivada de segunda ordem de uma função posição: aceleração média e aceleração; unidades de medida de aceleração;</li> <li>• Estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo propriedades de funções diferenciáveis;</li> <li>• Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas, acelerações médias e acelerações instantâneas e mudanças de unidades de aceleração;</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma <math>f(x) = g(x)</math> utilizando uma calculadora gráfica.</li> </ul>	

Funções Exponencial e Logarítmica (FEL12)

**Juros compostos**

- Cálculo de juros compostos;
- Resolução de problemas envolvendo juros compostos;
- Sucessão de termo geral  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  e relação com juros compostos; capitalização contínua de juros e definição do número de Neper.

**Funções exponenciais (\*)**

- Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão  $f(x) = a^x, (a > 0)$ : monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas;
- Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base  $a$  e respetivas propriedades;
- Função exponencial  $e^x$  e relação com o limite da sucessão de termo geral  $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, x \in \mathbb{R}$ ;
- Limite notável  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$  e derivada da função exponencial.

(\*) Atendendo ao facto de o Binómio de Newton ser lecionado no Módulo 9 terá de supor-se que a sucessão definida por  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  é convergente.

**Funções logarítmicas**

- Função logarítmica de base  $a \neq 1$  enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base  $a$ ; logaritmo decimal e logaritmo neperiano;
- Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos;
- Derivadas das funções logarítmicas e da função  $a^x, a > 0$ ;
- Derivada da função  $x^\alpha, \alpha$  real,  $x > 0$ .

**Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas**

- Limites  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$
- Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.

**Modelos Exponenciais**

- A equação  $f' = kf, k \in \mathbb{R}$ , enquanto modelo para o comportamento da medida de grandezas cuja taxa de variação é aproximadamente proporcional à quantidade de grandeza presente num dado instante

	<p>(evolução de uma população, da temperatura de um sistema ou do decaimento de uma substância radioativa);</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Soluções da equação <math>f' = kf</math>, <math>k \in \mathbb{R}</math>;</li><li>• Resolução de problemas de aplicação, envolvendo a equação <math>f' = kf</math>, <math>k \in \mathbb{R}</math>.</li></ul>
--	---



Números Complexos  
(NC12)

**Introdução aos números complexos**

- A fórmula de *Cardano* e a origem histórica dos números complexos;
- Motivação da definição dos números complexos e das operações de soma e produto de números complexos;
- Propriedades das operações  $(a,b) + (c,d) = (a+c, b+d)$  e  $(a,b) \times (c,d) = (ac-bd, ad+bc)$  definidas em  $\mathbb{R}^2$ : associatividade, comutatividade, distributividade de  $\times$  relativamente a  $+$  e respetivos elementos neutros; definição do corpo dos números complexos  $\mathbb{C}$ , enquanto  $\mathbb{R}^2$  munido destas operações;
- $\mathbb{R}$  enquanto subconjunto de  $\mathbb{C}$ ; a unidade imaginária  $i = (0,1)$ ;
- Representação dos números complexos na forma  $z = a + ib$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo.

**Complexo conjugado e módulo dos números complexos**

- Conjugado de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas; expressão da parte real e da parte imaginária de um número complexo  $z$  em função de  $z$  e  $\bar{z}$ ;
- Módulo de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas.

**Quociente de números complexos**

- Inverso de um número complexo não nulo e quociente de números complexos.

**Exponencial complexa e forma trigonométrica dos números complexos**

- Complexos de módulo 1; a exponencial complexa  $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \operatorname{sen}(\theta)$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$  e respetivas propriedades algébricas e geométricas; argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos;
- Fórmulas de De Moivre.

**Raízes n-ésimas de números complexos**

- Soluções das equações da forma  $z^n = w$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , e  $w \in \mathbb{C}$ ; raízes em  $\mathbb{C}$  de polinómios do segundo grau de coeficientes reais.

**Resolução de problemas.**

- Resolução de problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n-ésimas de números complexos e as fórmulas de De Moivre.



<p>Probabilidades (PRB12)</p>	<p>Newton.</p> <p><b>Espaços de probabilidade</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; espaço de probabilidades;</li><li>• Acontecimento impossível, certo, elementar e composto; acontecimentos incompatíveis, acontecimentos contrários, acontecimentos equiprováveis e regra de Laplace;</li><li>• Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da diferença e da união de acontecimentos; monotonia da probabilidade;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidade e o estudo de propriedades da função de probabilidade.</li></ul> <p><b>Probabilidade condicionada</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Probabilidade condicionada;</li><li>• Acontecimentos independentes;</li><li>• Teorema da probabilidade total;</li><li>• Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada, acontecimentos independentes e o Teorema da probabilidade total.</li></ul>
-----------------------------------	---