

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DO ENSINO SECUNDÁRIO

MATEMÁTICA B

11º ou 12º Anos

Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais¹
Cursos Tecnológicos de Construção Civil e Edificações, de Electrotecnia e Electrónica,
de Informática, de Administração, de Marketing e de Desporto

Autores

Jaime Carvalho e Silva (Coordenador)
Maria Graziela Fonseca
Arsélio Almeida Martins
Cristina Maria Cruchinho da Fonseca
Ilda Maria Couto Lopes

Homologação

01/04/2002

¹ Consultar Ofício-Circular nº 19 de 23/06/2004

Matemática B

Programa do 11º Ano

Cursos Tecnológicos de:

Construção Civil, Electrotecnia/Electrónica, Informática, Mecânica,
Química e Controlo Ambiental, Ambiente e Conservação da Natureza,
Desporto, Administração, Técnicas Comerciais e Serviços Jurídicos.

Desenvolvimento dos temas a abordar e respectivas indicações metodológicas

Tema I — Movimentos Periódicos
Funções Trigonométricas

28 aulas de 90 minutos

No ensino básico, os estudantes tiveram contacto com a semelhança de triângulos e com a trigonometria. Pretende-se agora que recordem esses conceitos básicos de trigonometria do ângulo agudo, enfrentem situações novas em que a generalização das noções de ângulo e arco, bem como das razões trigonométricas, apareçam como necessárias e intuitivas e aprendam o conceito de função periódica e de funções trigonométricas como modelos matemáticos adequados a responder a problemas. É preciso que as situações sejam tão ricas que, para além da mobilização do conceito de função, exijam esclarecimento de noções de domínio (em especial no que respeita à análise crítica dos resultados) e à resolução de equações trigonométricas. A apresentação de actividades puramente matemáticas pode ser considerada para organizar e aumentar a compreensão dos conceitos e noções, mas também para iniciar as técnicas de cálculo e resolução algébrica a apropriar até um nível de possível transferência para novas situações.

Trigonometria. Funções trigonométricas.

Problemas de trigonometria básica e sua generalização.

Modelação matemática de situações envolvendo fenómenos periódicos.

O professor precisa de propor problemas de diversos tipos para relembrar a semelhança de triângulos e as razões trigonométricas de ângulos agudos. São exemplos possíveis o cálculo de distâncias directamente inacessíveis. A generalização das noções deve ser intuitiva e sistematizada a partir de actividades que considerem movimentos circulares. São exemplos possíveis a "roda gigante" das feiras, a roda da bicicleta, motores, etc. É absolutamente imprescindível a insistência no círculo trigonométrico.

Com a execução de actividades, pretende-se que o aluno se aproprie dos seguintes conceitos e técnicas associadas e os utilize como "ferramentas" na resolução de problemas:

- radiano;
- referencial polar no plano; ângulos orientados e medidas das suas amplitudes;
- definição de seno, co-seno e tangente de um número real;
- comparação de senos e co-senos de dois números reais;
- resolução de equações trigonométricas simples;
- utilização da relação $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;
- características das funções circulares: simetria e paridade; periodicidade.

As funções trigonométricas podem e devem aparecer como modelos matemáticos que descrevem situações mais ou menos complexas. As situações apresentadas podem considerar a recolha e tratamento de dados. As primeiras respostas a eventuais perguntas podem ser encontradas de forma ingénua e com recurso à tecnologia e representações informais. O modelo que uma função trigonométrica pode representar deve aparecer como forma mais potente e geral para encontrar respostas para a situação em presença e para outras situações do mesmo tipo.

Exemplos de situações: movimento pendular, movimento do braço na marcha, movimento das marés, roda da bicicleta ou outras situações com movimentos circulares, moldes de peças, etc. Estas actividades de modelação são boas ocasiões para utilizar folhas de cálculo electrónico.

Antes da modelação, deve introduzir-se uma actividade que permita passar do círculo trigonométrico para o conjunto dos pontos $(x, \sin x)$ no plano cartesiano.

As perguntas colocadas sobre a situação devem considerar ou levar à necessidade da resolução de algumas condições com expressões trigonométricas.

Só depois das iniciativas referidas, de trabalho acompanhado mas autónomo, é que o professor pode apresentar actividades matemáticas em que os estudantes aprofundem as noções ligadas a funções trigonométricas e a técnicas de resolução de condições que não devem passar para listas exaustivas de fórmulas, antes devem ficar pela compreensão sempre ligada à interpretação sobre o círculo trigonométrico.

Tema II – Movimentos não lineares Taxa de Variação e Funções Racionais.

28 aulas de 90 minutos

A noção de função atravessa o currículo de Matemática e permite estabelecer ligação entre vários conteúdos (Aritmética e Funções, Álgebra e Funções, Geometria e Funções, Estatística ou Probabilidades e Funções). A tecnologia propicia boas abordagens para resolver problemas e influencia o tipo de questões a investigar. Os estudantes usam calculadoras gráficas para apoiar as resoluções e as suas investigações mas poderão, sempre que possível, recorrer também aos computadores, utilizar folhas de cálculo, programas de gráficos ou de geometria dinâmica. O recurso à tecnologia torna possível a investigação e a conjectura sobre um maior número de exemplos.

No 10º ano, os estudantes tiveram contacto com problemas que destacaram o papel dos conceitos de variável e de função assim como algumas propriedades das funções polinomiais. É necessário que no 11º ano partam para a resolução de novas situações tendo como ponto de partida as experiências e conhecimentos anteriores.

Pretende-se agora que os estudantes :

- elaborem modelos para situações reais utilizando diversos tipos de funções;
- representem e analisem relações utilizando simultaneamente o estudo gráfico, numérico e analítico integrando o estudo das operações com polinómios;
- reconheçam que o mesmo tipo de função pode ser modelo de diferentes situações;
- analisem os efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos de funções;
- estudem o comportamento das funções racionais para valores "muito grandes" da variável e para valores "muito próximos" dos zeros dos denominadores das frações que as definem;
- estudem a "rapidez" de crescimento (ou decrescimento) da variável dependente em fenómenos variados.

É importante que os estudantes saibam como executar procedimentos matemáticos mas importa essencialmente saber quando aplicá-los, conhecer as razões da sua eficácia e adquirir o hábito de validar as suas respostas. É importante que apreciem a natureza e a importância das ferramentas matemáticas para responderem eficazmente a necessidades específicas de um dado problema. Pretende-se que o conhecimento do procedimento matemático esteja sempre ligado ao conhecimento do conceito; daí se deseja que o professor implique os estudantes na resolução de problemas ou actividades que envolvam as relações entre procedimentos e conceitos

sempre numa perspectiva de explicitar conexões entre os conteúdos. Este é um tema privilegiado para desenvolver hábitos de comunicação correcta em Matemática com o objectivo de ampliar a compreensão dos conteúdos, das conexões e da utilidade dos procedimentos matemáticos.

As situações precisam de ser tão ricas que, para além da mobilização do conceito de função, exijam esclarecimento de noções de domínio (em especial no que respeita à análise crítica dos resultados) e à resolução de equações ou inequações. A apresentação de actividades puramente matemáticas pode ser considerada para organizar e aumentar a compreensão dos conceitos e noções, mas também para iniciar as técnicas de cálculo e resolução algébrica que devem ficar apropriadas a um nível de possível transferência para novas situações.

Funções Racionais.

Investigação das características das funções racionais.

Modelação matemática de situações envolvendo fenómenos não periódicos.

A partir de uma actividade de experimentação (como, por exemplo, "A resistência do esparguete" – ver Brochura de Funções 11º, p 129), os estudantes podem compreender relações numéricas entre variáveis inversamente proporcionais e encontrar um modelo simples de uma função racional. Deverão proceder, depois, recorrendo às calculadoras gráficas ou ao computador, a investigações – ver Brochura Funções 11º ano (pp 80, 82 e 83) – que os vão conduzir a conjecturar sobre as características e comportamentos de algumas funções racionais, em particular a existência de assíntotas ou o comportamento assintótico. Depois de estudadas as funções das famílias

$$y = ax, y = ax^2 \text{ e } y = a(x - h)^2$$

devem ser investigadas as funções dos tipos

$$y = \frac{1}{ax}, y = \frac{1}{ax^2} \text{ e } y = \frac{1}{a(x - h)^2}$$

A resolução de problemas como os da Brochura F11, "As peças cilíndricas" (p 91), "Compostos ácidos" ou equivalentes permitirá que os alunos resolvam condições e compreendam como se usa a álgebra na resolução de problemas reais. Operações com polinómios — adição, subtração, multiplicação, factorização de polinómios, mas também resolução de equações e inequações devem ser realizadas pelos estudantes durante a resolução de problemas.

Taxa de variação média num intervalo $[a, b]$;
taxa de variação em x_0 .

Os estudantes deverão chegar a compreender e explicar a razão para uma função linear ser um bom modelo de estudo das variações da distância em função do tempo no movimento de um objecto que se move em linha recta com velocidade constante e deverão saber explicar o significado dos diversos parâmetros nos modelos desse tipo. Do mesmo modo, para um móvel que não se desloque a velocidade constante mas com aceleração constante (tal como a queda de um objecto sob influência da gravidade e ignorando a resistência do ar) o estudante deve encontrar, como modelo matemático apropriado, a função quadrática. Os estudantes devem compreender o significado de uma velocidade negativa. O sensor de movimento permite boas experimentações para estas situações.

Também problemas como "A bola no plano inclinado" , "O custo marginal" e "Lançamento de um projectil" (ver Brochura F11 (pp 100, 112 e 113)) permitirão que os estudantes se aproximem dos conceitos de taxa média de variação e de taxa de variação, bem como das respectivas interpretações geométricas. Os estudantes devem compreender o conceito de velocidade média num dado intervalo de tempo e aproximar-se intuitivamente do conceito de velocidade instantânea, e devem ser capazes de relacionar esses conceitos com os respectivos significados geométricos. A utilização da calculadora e do computador (recorrendo a *software* adequado) serão excelentes auxiliares para a aquisição destas noções. O recurso a sensores permitirá experiências interessantes. ■
